

(I) - وحدات قياس الزوايا

(1) الرديان

ليكن (o, \vec{i}, \vec{j}) معلما متعامدا ممنظما ونعتبر النصف دائرة U التي مركزها o وشعاعها 1 .

ونعتبر النقط $A(1,0), B(0,1), C(-1,0)$

(a) لتكن M نقطة من U . وليكن α طول القوس $[AM]$

(* نقول إن قياس الزاوية $[AOM]$ هو α rad (α رديان)

(* ونقول أيضا إن α هو قياس أي قوس يحصر هذه الزاوية.

(b) مثال:

لنحدد قياس الزوايا AOB و AOC

نعلم أن محيط الدائرة هو $2\pi R = 2\pi \cdot 1 = 2\pi$

إذن محيط النصف دائرة هو $\frac{2\pi}{2} = \pi$

إذن طول القوس $[AC]$ هو π ومنه قياس الزاوية $[AOC]$ هو π

وطول القوس $[AB]$ هو $\frac{\pi}{2}$ إذن قياس الزاوية $[AOB]$ هو

π rad وطول القوس $[AB]$ هو $\frac{\pi}{2}$ إذن قياس الزاوية $[AOB]$ هو

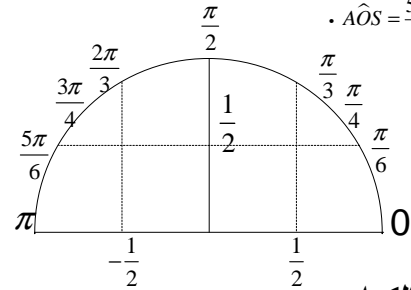
$\frac{\pi}{2}$

(c) تمرين

أنشئ على النصف دائرة u النقط S, R, Q, P, N, M بحيث:

$$AOM = \frac{\pi}{6}, AON = \frac{\pi}{4}, AOP = \frac{\pi}{3}, AOQ = \frac{2\pi}{3}$$

$$AOR = \frac{3\pi}{4}, AOS = \frac{5\pi}{6}$$



(2) الدرجة والكراد.

هناك وحدتان أخريين لقياس الزوايا هما الدرجة والكراد والعلاقة

$$\frac{x}{180} = \frac{y}{200} = \frac{z}{\pi}$$

التي تربط بينهما هي:

حيث x هو القياس بالدرجة.

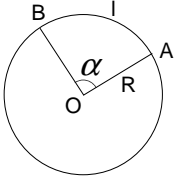
y هو القياس بالكراد.

z هو القياس بالرديان.

ملاحظة:

قياس الزاوية المستقيمة هي $200^{\circ}, 180^{\circ}, \pi rad$.

(3) مساحة قطاع دائري.



لتكن (C) دائرة مركزها O وشعاعها R

و A, B نقطتين من هذه الدائرة.

(* الجزء المخدش يسمى قطاعا دائريا.

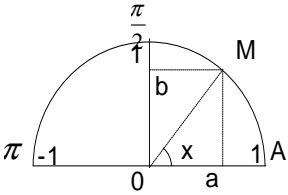
(* ليكن α قياس الزاوية $[AOB]$ بالرديان

و l طول القوس $[AB]$ و S مساحة القطاع الدائري

$$l = \alpha R \quad \text{و} \quad S = \frac{1}{2} \alpha R^2$$

(II) - النسب المثلثية لعدد حقيقي محصور بين 0 و π

(1) تعريف:



ليكن x عدد حقيقي بحيث

$0 \leq x \leq \pi$ ولتكن M النقطة

من U بحيث يكون

طول القوس $[AM]$ هو x

يعني $AOM = x rad$.

ليكن a أفصول M و b أرتوبها.

$$\left(x \neq \frac{\pi}{2} \right) \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad \sin x = b \quad \cos x = a$$

(2) خاصيات:

(a)

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad (*)$$

$$\text{لكل } x \neq \frac{\pi}{2} \quad 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (*)$$

$$\text{لكل } x \neq \frac{\pi}{2} \quad \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \quad (*)$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \quad \text{و} \quad 0 \leq \sin x \leq 1 \quad (b)$$

$$\sin x \geq 0 \quad \text{لكل } 0 \leq x \leq \pi \quad (*) \quad (c)$$

$$(*) \quad \text{إذا كان } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{فإن } \cos x \geq 0$$

$$(*) \quad \text{إذا كان } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \quad \text{فإن } \cos x \leq 0$$

(*) إشارة $\tan x$ هي بالضبط إشارة $\cos x$

(d)

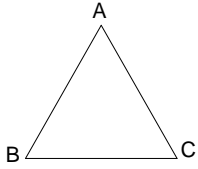
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
sinx	0	+	0

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
cosx	+	0	-

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
tanx	+		-

(b) علاقة Sinus في المثلث

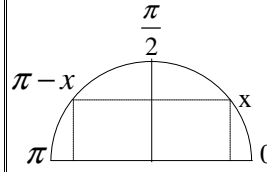
ليكن (ABC) مثلثًا و شعاع الدائرة المحيطة به R



لدينا

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} = 2R$$

(3) العلاقة بين النسب المثلثية للعددين x و $\pi - x$

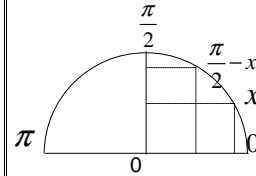


$$\cos(\pi - x) = -\cos x \quad (a)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x \quad (b)$$

$$\tan(\pi - x) = -\tan x \quad (c)$$

(4) العلاقة بين النسب المثلثية للعددين x و $\frac{\pi}{2} - x$



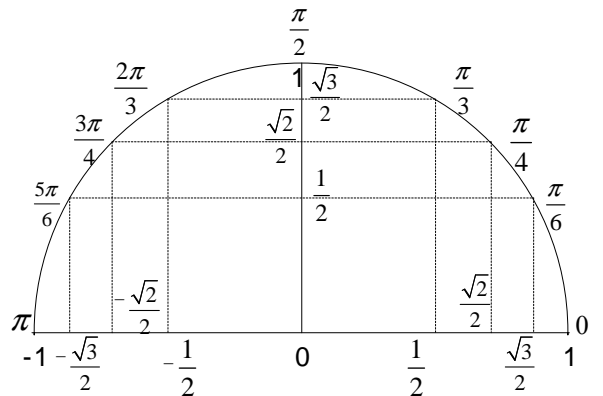
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \quad (a)$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad (b)$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x} \quad (c)$$

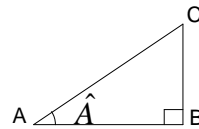
(5) جدول النسب الإعتيادية

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	\times	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0



(6) العلاقات المترية في مثلث قائم الزاوية

(a) ليكن (ABC) مثلثًا قائم الزاوية في B



$$\tan \hat{A} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos \hat{A} = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin \hat{A} = \frac{BC}{AC}$$