دراسة الـــــدوال

مسألة الأولى

الجزء الأول

لتكن g الدالة المعرفة بمايلي $g(x) = x - \ln(x)$

1) حدد حيز تعريف الدالة g
2) أحسب النهايات $\lim_{0^+} g(x); \lim_{+\infty} g(x)$.

و أعط جدول تغيراتها $'(x)$ أحسب

3) استنتج اشارة الدالة g ثم استنتج كذلك أن $\forall x \in]0,+\infty[\ x > \ln(x)$

الجزء الثاني

لتكن f الدالة المعرفة بمايلي $\begin{cases} f(x) = \frac{x+\ln(x)}{x-\ln(x)} \\ f(0) = -1 \end{cases}$

1) أحسب النهاية $\lim_{+\infty} f(x)$
2) بين أن $\forall x \in]0,+\infty[\ \text{et}\ x \neq 1\ f(x) = \frac{\frac{x}{\ln(x)}+1}{\frac{x}{\ln(x)}-1}$ ثم احسب النهاية $\lim_{0^+} f(x)$;
3) استنتج ان الدالة متصلة على يمين الصفر
4) أ- بين أن $\forall x \in]0,+\infty[\ f'(x) = \frac{2(1-\ln(x))}{(x-\ln(x))^2}$
ب- أعط جدول تغيراتها
5) أ- حدد تقاطع منحنى الدالة f و المستقيم ذو المعادلة $(\Delta): y = 1$
ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا ينتمي الى المجال $\left]\frac{1}{2}, 1\right[$
6) أنشئ المنحنى (C) حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$ (نأخذ $e \approx 2.7$; $\ln(2) \approx 0.7$).

المسألة الثانية

الجزء الأول

لتكن g الدالة المعرفة على IR بمايلي: $g(x) = e^x - (x+1)$

1) أحسب النهايات $\lim_{-\infty} g(x); \lim_{+\infty} g(x)$.
2) أحسب $'(x)$ و أعط جدول تغيراتها
3) استنتج اشارة الدالة g

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة بمايلي: $f(x) = e^{2x} - 2xe^x - 1$

1) أحسب النهايات $\lim_{-\infty} f(x); \lim_{+\infty} f(x)$.
2) حدد الفروع اللانهائية للمنحنى الدالة f بجوار $-\infty, +\infty$
3) بين أن $'(x) = 2g(x)e^x$
4) اعط جدول تغيرات الدالة f

بالتوفيق

5) انشئ المنحنى C_f في م م م $(o,\vec{i},\vec{j})$

المسألة الثالثة

الجزء الأول

لتكن g الدالة المعرفة على IR بمايلي: $g(x)=(1-x)e^x-1$

1) أحسب النهايات $\lim_{-\infty} g(x); \lim_{+\infty} g(x)$.
2) تحقق أن $g'(x)=-xe^x$ و أعط جدول تغيراتها
3) استنتج اشارة الدالة g

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة بمايلي: $\begin{cases} f(x)=\frac{x}{e^x-1}-1 & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

1) بين أن الدالة f متصلة في 0 نذكر أن $\lim_0 \frac{e^x-1}{x}=1$
2) أحسب $\lim_{+\infty} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا
3) أ- أحسب $\lim_{-\infty} f(x)$
   ب- تحقق أن $f(x)-(-1-x)=\frac{xe^x}{e^x-1}$ لكل $x\neq 0$
   ج- استنتج أن المستقيم $(\Delta): y=-1-x$ مقارب مائل ل C_f بجوار $-\infty$
   د- أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و المستقيم (Δ)
4) أ- تحقق أن $\forall x\in\mathbb{R}^* \; f'(\quad)=\frac{g(x)}{(e^x-1)^2}$
   ب- اعط جدول تغيرات الدالة f
   ج- أعط معادلة المماس عند النقطة $O(0,0)$ نقبل أن $f'(0)=\frac{-1}{2}$
   د- أنشئ المنحنى في م م م حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$
5) أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية لها f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده
   ب- أنشئ المنحنى $C_{f^{-1}}$ في نفس المعلم
6) أ- بين أن الدالة $G(x)=(2-x)e^x-x$ دالة أصلية للدالة g على $\mathbb{R}$
   ب- أستنتج التكامل $\int_0^2 g(x)dx$

المسألة الرابعة BAC 2011

الجزء الأول

لتكن g الدالة المعرفة على IR بمايلي: $g(x)=(1-x)e^x-1$

4) أحسب النهايات $\lim_{-\infty} g(x); \lim_{+\infty} g(x)$.
5) تحقق أن $g'(x)=-xe^x$ و أعط جدول تغيراتها
6) استنتج اشارة الدالة g

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة بمايلي: $f(x) = (2-x)e^x - x$

1) أ- أحسب $\lim_{+\infty} f(x)$

ب- أحسب $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا

2) أ- أحسب $\lim_{-\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم $(\Delta): y = -x$ مقارب مائل ل C_f بجوار $-\infty$

ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و المستقيم (Δ)

3) أ- تحقق أن $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = g(x)$

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم على المجال $\left]\frac{3}{2}, 2\right[$ نقبل أن $e^{\frac{3}{2}} > 3$

5) أ- أدرس تقعر المنحنى الدالة f

ب- أنشئ المنحنى في م م م حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$

6) أ- باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{-1}^{0}(2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$

ب – استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى و المستقيمين المعرفين بالمعادلتين

المسألة الخامسة

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي: $f(x) = \frac{2x+1}{x} + \ln(x)$

1) بين أن $f(\frac{1}{e^2}) = e^2$

2) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

ب أول النتيجة هندسيا

3) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

ب أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم اعط تأويلا للنتيجة هندسيا

4) أ- بين ان $\forall x \in]0,+\infty[\; f'(x) = \frac{x-1}{x^2}$

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة f

5) أ- بين ان $\forall x \in]0,+\infty[\; f''(x) = \frac{2-x}{x^3}$

ب- ادرس تقعر المنحنى (C_f) وحدد نقطة انعطافه

ج- حدد معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول 2

6) أنشئ المنحنى (C_f) في م م م حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$ (نأخذ $\ln(2) \approx 0.6$)

7) نعتبر الدالة g *قصور الدالة* f *على المجال* $I =]0,1]$

أ - *بين أن الدالة* g *تقبل دالة عكسية من* I *نحو مجال* J *يجب تحديده*

ب - حدد $(g^{-1})'(e^2)$

ج- أنشئ المنحنى $\left(C_{g^{-1}}\right)$ في نفس المعلم السابق

مسألة السادسة (باك 08 دس)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=e^{2x}-2x$.

1) احسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم بين أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,0]$.

2) استنتج ان $g(x)>0$ لكل x من IR (لا حظ ان $g(0)=1$) .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=\ln\left(e^{2x}-2x\right)$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$.

ب- تحقق من أن $\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{e^{2x}}{x}-2\right)\dfrac{\ln\left(e^{2x}-2x\right)}{e^{2x}-2x}$ لكل x من IR^* .

ج- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ (نذكر أن : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$) .

د- استنتج ان المنحنى (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

2) أ- لكل x من $[0,+\infty[$ ، تحقق من أن $1-\dfrac{2x}{e^{2x}}>0$ وأن $2x+\ln\left(1-\dfrac{2x}{e^{2x}}\right)=f(x)$.

ب- استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{u\to+\infty}\dfrac{e^u}{u}=+\infty$) .

ج- بين ان المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

د- بين أن : $f(x)-2x\leq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $[0,+\infty[$.

3) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{2\left(e^{2x}-1\right)}{g(x)}$ لكل x من IR .

ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

4) أنشئ (D) و (C) في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف) .

الهنـــــدســـــة الفـــضائيـــــة

التمرين الأول (باك 08 دس)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،المستوى (P) الذي معادلته هي $x+2y+z-1=0$ والفلكة (S) التي معادلتها هي : $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2,3,-1)$ وأن شعاعها هو 3 .

2) أ- بين أن مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$.

ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها هو $\sqrt{3}$.

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على (P) .

ب – بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1,1,-2)$.

التمرين الثاني

نعتبر النقط : $A(1;0;1)$ و $B(-1;-1;0)$ و $C(1;1;2)$ و $E(1;1;-1)$

1) حدد متلوث احداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.
2) استنتج أن النقط A و B و C غير مستقيمية و حدد معادلة للمستوى (ABC).

لتكن (S) الفلكة التي معادلتها: $x^2+y^2+z^2+2z-1=0$

أ) أثبت أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S).

ب) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المماس للفلكة (S) عند النقطة E.

التمرين الثالث (فرض محروس 09-08)

نعتبر النقط : $A(3;0;0)$; $B(0;6;0)$; $C(0;0;4)$; $D(-5;0;1)$.

1) حدد متلوث احداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.
2) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC).
3) حدد تمثيلا براميتريا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوى (ABC) والمار من النقطة D.
4) استنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة D على المستوى (ABC).
5) أحسب مسافة النقطة D عن المستوى (ABC).
6) بين أن النقطة H تنتمي إلى الفلكة (S) التي أحد أقطارها $[AD]$ ثم حدد معادلة للفلكة (S).

بالتوفيق

التمرين الرابع

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ بحيث :

$x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=0$.

1) بين أن (S) فلكة محددا مركزها Ω و شعاعها R .
2) تحقق أن النقطة $A(-1;1;0)$ تنتمي إلى الفلكة (S).
3) أكتب معادلة للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في A.
4) نعتبر المستوى (Q) ذو المعادلة $x+y+z-2=0$ يقطع.

أ - حدد تمثيلا براميتريا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوى (P) والمار من النقطة Ω.

ب - استنتج إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة Ω على المستوى (P).

ج) بين أن المستوى (Q) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة محددا مركزها وشعاعها

التمرين الخامس

نعتبر المستوى (P) الذي معادلته $x-y+z-11=0$.

ولتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(1;-1;3)$ بحيث المستوى (P) مماس لها

1) حدد شعاع الفلكة (S) ثم حدد معادلة للفلكة (S)..
2) أ- حدد تمثيلا براميتريا للمستقيم (Δ) العمودي على المستوى (P) والمار من النقطة Ω

ت - حدد إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع (S) و المستوى (P).

التمرين السادس فرض 10-09

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j};\vec{k})$.

نعتبر الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-8x-6y+2z+17=0$.

1) حدد المركز Ω والشعاع R للفلكة (S).
2) أ- تحقق أن النقطة $A(3;1;1)$ تنتمي إلى الفلكة (S).

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) في النقطة A.

3) نعتبر المستويين (P) و (Q) ذوي المعادلتين: $(P):x+2y-2z-3=0$; $(Q):2x+y-2z-5=0$

أ – تحقق أن النقطة $A(3;1;1)$ تنتمي إلى المستويين (P) و (Q).

ب - بين أن المستويين (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (D) يتم تحديد تمثيل بارا متري له

ج – أحسب مسافة النقطة Ω عن المستقيم (D).

4) نعتبر النقطتين $B(1;0;-1)$ و $C(0;2;1)$ أ – حدد متلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

ب – استنتج مساحة المثلث ABC

الأعداد العقديـــــــــة

التمرين الأول

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a=4+i$ و $b=8+3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة Ω التي لحقها هو $\omega=1+2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$.

أ- بين أن : $z'=-iz-1+3i$

ب- تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c=-i$.

ج- بين أن : $b-c=2(a-c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

التمرين الثاني

نضع $A(2)$ و $B(5-\sqrt{3}i$ و $C(5+\sqrt{3}i$

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-10z+28=0$
2) أكتب على الشكل الجبري ثم على الـ شكل المثلثي العدد $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$
3) حدّد طبيعة المثلث ABC
4) أ) لتكن النقطة D(6) ، بيّن أنّ C صورة B بالدوران $R(D,-\frac{2\pi}{3})$
ب) بيّن أنّ النقط D و C و B و A متداورة.

التمرين الثالث

C و B و A التي ألحاقها على التوالي: $a=2-2i\ ,b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\ ,c=1-\sqrt{3}+\left(1+\sqrt{3}\right)i$

1) أكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b
2) أ) نعتبر $M'(z')$ صورة النقطة M(z) بالدوران $R(O,\frac{5\pi}{6})$ بين أن $z'=bz$
ب) تحقق أنّ Cهي صورة A بالدوران R

3) بيّن أنّ: $argc=argb+arga\ [2\pi]$ ثم حدد عمدة العدد العقدي c

التمرين الرابع

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر النقط D و C و B و A التي ألحاقها على التوالي:

$$a=3+4i\ ,b=3-4i\ ,c=2+3i\ ,d=5+6i$$

أ) أحسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أنّ النقط A و C و D مستقيمية.

ب) بين أن $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي $h\left(B,\frac{3}{2}\right)$

ج) أكتب $\frac{d-p}{a-p}$ على الشكل المثلثي ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\left(\widehat{\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}}\right)$ و أن $PA=\sqrt{2}PD$

التمرين الخامس

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$

2) نعتبر النقطتين $A(1+i\sqrt{3})$; $B(1-i\sqrt{3})$

أ - حدد الشكل المثلثي للأعداد: z_a و z_B و $\frac{z_B}{z_A}$

ب - حدد زاوية الدوران r الذي مركزه O و يحول النقطة A إلى B

ج- أعط التمثيل العقدي للدوران r

التمرين السادس

-أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+2=0$ (E)

ب- ليكن z_1 و z_2 حلول المعادلة (E) حيث $\operatorname{Im} z_1 \succ 0$

أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي .

ج – أحسب $z_1^{40}+z_2^{40}$.

2 - نعتبر النقط $A(i)$ و $B(1+i)$ و $C(1-i)$

أ- أكتب الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_B-z_O}{z_C-z_O}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث OBC

ب – لتكن النقطة D من (P) صورة A بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{BC}$

حدد لحق D ثم استنتج أن $ABCD$ مستطيل

التمرين الثامن

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $(E):\quad z^2-\sqrt{2}z+1=0$

2) ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) حيث : $\operatorname{Im}(z_1)>0$. حدد الشكل المثلثي للعددين z_1 ; z_2

3) نعتبر النقط $A(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i)$ و $B(\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i)$ و C صورة B بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{OA}$.

أ - بين أن لحق النقطة C هو $\sqrt{2}$.

ب – مثل النقط A و B و C.

ج – حدد الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_A}{z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .

د - بين أن الرباعي $OACB$ مربع.

4) أ – حدد التمثيل العقدي للتحاكي h الذي مركزه O ونسبته 2 .

ب - حدد لحق النقطة D صورة النقطة $E(\frac{-\sqrt{2}i}{2})$ بالتحاكي h.

ج- بين أن النقط B و C و D مستقيمية.

المتـــتالـــيات العـــــــــدديـــة

التمرين الأول

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من IN .

1) بين أن : $u_n > 1$ لكل n من IN .

2) نضع : $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n}$ لكل n من IN .

أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

ت - بين أن : $u_n = \dfrac{2}{2 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي:
$$\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{4U_n - 2}{U_n + 1} \\ U_0 = \dfrac{3}{2} \end{cases}$$

1)بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : 1 \prec U_n \prec 2$

2) أبين أن: $U_{n+1} - U_n = \dfrac{(U_n - 1)(2 - U_n)}{U_n + 1}$

ب - أدرس رتابة (U_n)

ج - استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة

3) نضع $n \in IN \ : v_n = \dfrac{U_n - 2}{U_n - 1}$

أ- تحقق أن (V_n) متتالية هندسية محددا أساسها

ب - أكتب V_n و U_n بدلالة n ثم أستنتج النهاية ل V_n و U_n

التمرين الثالث

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي:
$$\begin{cases} U_{n+1} = \dfrac{3U_n + 4}{U_n + 3} \\ U_0 = 3 \end{cases}$$

1)بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} : U_n \succ 2$

2)بين أن (U_n) تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة

3) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} - 2 \prec \dfrac{1}{5}(U_n - 2)$

4) استنتج أن: $\forall n \in \mathbb{N} : U_n - 2 \leq \left(\dfrac{1}{5}\right)^n$

5) أحسب نهاية المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

التمرين الرابع

لتكن f الدالة المعرفة كما يلي على المجال $I = 2;3$ بما يلي : $f(x)=\frac{5x+2}{x+3}$

1) أنشء جدول التغيرات الدالة f على المجال I .
2) بين أن $f(I)\subset I$
3) نعتبر المتتالية المعرفة كما يلي : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad n\in IN \end{cases}$

أ - بين بالترجع أن $\forall n\in IN \quad 2\le u_n \le 3$

ب - المتتالية (U_n) تزايدية

ث - بين أن المتتالية (U_n) متقاربة وحدد نهايتها

التمرين الخامس

لتكن u_n المتتالية المعرفة بمايلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^{\ 3}}{3u_n^{\ 2}+1} \quad ,\forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

1) أ – بين أن $\forall n\in\mathbb{N} : \ u_n > 0$.

ب- بين أن المتتالية u_n تناقصية . ثم استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N} : \ u_n \le 1$

ج - استنتج أن u_n متقاربة .

2) أ – بين أن $\forall n\in\mathbb{N} : \ u_{n+1} \le \frac{1}{3}u_n$

ب - أستنتج أن $\forall n\in\mathbb{N} : \ 0 < u_n \le \left(\frac{1}{3}\right)^n$

ج - استنتج نهاية المتتالية u_n

بالتوفيق

حساب التكامل

تمرين 1:

1) أحسب : $A=\int_1^2 (x^3-2x+3)dx$ و $B=\int_0^1 x\left(x^2+1\right)^2 dx$ و $C=\int_{-1}^0 \frac{2x}{x^2+3}dx$.

2) أ- تحقق أن $\forall x \in \mathbb{R}-\{-1\} : \frac{x^2}{x+1} = x-1+\frac{1}{x+1}$.

ب- أحسب $D = \int_0^2 \frac{x^2}{x+1}dx$.

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-2)\cos x dx$ و $E = \int_0^1 (3x+1)e^x dx$.

تمرين 2:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = x^2-4$ و ليكن (C_f) منحنى f

في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$. (حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$)

1) ضع جدول تغيرات الدالة f.
2) أحسب $f(2)$ و $f(-2)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$
3) أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين (C_f) و محور الأفاصيل و المستقيمين $(D): x=2$ و $(\Delta): x=1$

تمرين 3:

1) أ- تحقق أن $\forall x \in \mathbb{R}-\{1\} : \frac{x^2}{x-1} = x+1+\frac{1}{x-1}$

ب- أحسب $D = \int_2^3 \frac{x^2}{x-1}dx$.

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء استنتج $E = \int_2^3 x\ln(x-1)dx$

تمرين 4:

1) نعتبر التكاملين $J=\int_{\ln 4}^{\ln 5} \frac{1}{e^x-3}dx$ $\quad I = \int_{\ln 4}^{\ln 5} \frac{e^x}{e^x-3}dx$

أ) أحسب $I = \int_{\ln 4}^{\ln 5} \frac{e^x}{e^x-3}dx$

ب) بين أن $I-3J = \ln\left(\frac{5}{4}\right)$ ثم استنتج التكامل $J=\int_{\ln 4}^{\ln 5} \frac{1}{e^x-3}dx$

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء، أحسب $E = \int_0^1 (x-1)e^x dx$

المعادلـة التفاضلـــــية

التمرين الأول

1) نعتبر المعادلة التفاضلية $E\ :\ y'+3y=0$

أ - تحقق أن الدالة $f\ :x\mapsto e^{-3x}$ حل للمعادلة E.

ب - حل المعادلة E حيث $y(1)=3$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية : $F:\ y''+2y+5y=0$

أ- حل المعادلة F

ب – حدد الدالة y_1 حل المعادلة F حيث $y_1(o)=1$ و $y_1'(0)=2$.

التمرين الثاني

1) نعتبر المعادلة التفاضلية $E\ :\ y'-4y=0$

ت - تحقق أن الدالة $f\ :x\mapsto e^{4x}$ حل للمعادلة E.

ث - حل المعادلة E حيث $y(1)=-2$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية : $F:\ y''+6y+10y=0$

أ- حل المعادلة F

ب – حدد الدالة y_1 حل المعادلة F حيث $y_1(o)=-1$ و $y_1'(0)=1$

التمرين الثالث

1) نعتبر المعادلة التفاضلية $E\ :\ y'-7y=0$

حل المعادلة E حيث $y(1)=2$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية : $F:\ y''+7y+5y=0$

أ- تحقق أن الدالة $f\ :x\mapsto e^{-x}$ حل للمعادلة التفاضلية F.

ب- حل المعادلة F .

ب – حدد الدالة y_1 حل المعادلة F حيث $y_1(o)=1$ و $y_1'(0)=-1$.

التمرين الرابع

1) نعتبر المعادلة التفاضلية $E\ :\ y'+8y=0$

ج - حل المعادلة E حيث $y(1)=-2$

2) نعتبر المعادلة التفاضلية : $F:\ y''+2y-3y=0$

أ- تحقق أن الدالة $f\ :x\mapsto e^{x}$ حل للمعادلة التفاضلية F

ب-حل المعادلة F

ج – حدد الدالة y_1 حل المعادلة F حيث $y_1(o)=-1$ و $y_1'(0)=1$.

الاحتمـــــــالات

التمرين الأول بكالوريا وطنية 2009 / 2008 د ع

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء، نسحب تآنيا 3 كرات.

1) A:" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و B " الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى" بيّن أن $P(A) = \frac{3}{44}$ $p(B) = \frac{3}{11}$

2) ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بعدد الألوان المسحوبة.

أ) حدّد القيم التي يأخذها X. ب) حدّد قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الثاني بكالوريا وطنية 2009 / 2008 د س

يحتوي صندوق على 7 كرات سوداء و كرتين بيضاوين. نسحب عشوائيا بتتابع و دون إحلال كرتين

Xا لمتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق

1) حدّد القيم التي يأخذها X

2) بيّن أنّ: $p(X=0)=\frac{1}{36}$ $p(X=1)=\frac{7}{18}$

3) أعط قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي. $E(X)$

التمرين الثالث بكالوريا وطنية 2008 / 2007 د ع

يحتوي صندوق على ست كرات حراء و ثلاث كرات خضراء.

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

أ) أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين و كرة خضراء.

ب) بيّن أنّ احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\frac{16}{21}$

2) نسحب بتتابع و دون إحلال 3 كرات، أحسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء.

التمرين الرابع بكالوريا وطنية 2008 / 2007 د س

حتوي صندوق على على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء، نسحب بتتابع و دون إحلال 3 كرات.

1) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء ؟
2) بيّن أنّ احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$
3) ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟

التمرين الخامس بكالوريا وطنية 2007 / 2006 د ع

يحتوي كيس على سبع بيدقات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و 1- و 1 و 1 و 1 (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

نعتبر التجربة التالية: نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس. لتكن الأحداث:

A : " لا توجد أيّة بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيدقات الثلاثة المسحوبة ".

B : " سحب ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى

C : " مجموع الأعداد المسجّلة على البيدقات الثلاثة المسحوبة منعدم ".

حسب احتمال كل من الحدثين A و B ثم بيّن أنّ احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$

التمرين السادس بكالوريا وطنية 2007 / 2006 د س

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء و أربع بيدقات سوداء لا يمكن التمييز بينها باللمس

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس.

1) ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما أبيض ؟
2) ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون ؟
3) ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقلّ ؟

التمرين السابع

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و سبع كرات سوداء(لا يمكن التمييز بينها باللمس).

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الصندوق .نعتبر الحدثين التاليين :

A" الكرتان المسحوبتان لونهما أسود" B"من بين الكرتين المسحوبتين توجد على

الأقل كرة بيضاء" بين أن $p(A)=\frac{7}{15}$ و $p(B)=\frac{8}{15}$

2) نعتبر التجربة العشوائية التالية: نسحب كرة واحدة من الصندوق فإذا كانت بيضاء

نتوقف عن السحب و إذ كانت سوداء نضعها جانبا ثم نسحب كرة ثانية و أخيرة من

الصندوق .نعتبر الحدثين : C" الحصول على كرة بيضاء في السحبة الأولى"

D" الحصول على كرة بيضاء" .أحسب $p(C)$ ثم بين أن $p(D)=\frac{8}{15}$

التمرين الثامن بكالوريا وطنية 2004 / 2003 دس

يحتوي كيس U_1 على بيدقتين تحملان الرقم 1 و على أربع بيدقات تحمل الرقم 2 و يحتوي كيس U_2على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء. نسحب عشوائيا بيدقة واحدة من الكيس U_1

1) أحسب احتمال الحدثين:A : " البيدقة المسحوبة تحمل الرّقم 1 ". B : " البيدقة المسحوبة تحمل الرّقم 2 ".

2) نعتبر التجربة العشوائية: نسحب بيدقة واحدة من U_1و نسجّل رقمها: إذا كان هذا الرّقم هو 1 نقوم بسحب كرة واحدة من U_2؛ و إذا كان هذا الرّقم هو 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من U_2

ليكن n عدد الكرات الحمراء المسحوبة من U_2 و الحدث: E_n " الحصول بالضبط على n كرة حمراء ".

بيّن أن$p(E_1)=\frac{11}{21}$ و $p(E_2)=\frac{2}{21}$ ثم أحسب احتمال الحدث A علما أنّ الحدث E_1 محقق