

أهم ثوابت الرياضيات

1.61803 39987 49894 54525 45968 34364 28947 17123 11774
28621 35445 43276 52521 62395 70244 81012 91254 10935 13374
84754 94807 58668 91752 12663 38622 23536 94175 31899 40766
72635 44333 59086 59593 95825 05838 32266 13333 29980 20785
06752 08186 8250 17116 86207 03222 33937 16280 54352 87963
33614 43834 81587 03220 34080 58878 54454 14924 61856 95364
86444 32410 44320 71134 49470 49545 84676 85090 14385 44221
25445 77066 47509 15584 60745 88973 24927 69221 07151 12186
24166 25674 94875 89693 70400 02832 30427 62177 11111 18973
15317 44101 17046 56595 14485 19873 17622 56935 10874 87739
13178 52368 84275 21945 43530 56718 00225 78569 97829 71854
78458 78228 91109 76258 03025 96156 17892 59464 33824 41764
86102 83831 26933 03724 29297 92671 16833 92473 18711 12115
88186 38513 31620 38400 52221 65191 28667 52546 54986 81131
71595 34323 59734 34985 05040 94762 13222 98101 72610 10596
11645 62390 98162 50555 29852 41905 52406 02071 21591 47376
34277 78927 78625 61943 35827 58933 12181 56289 37222 46982
94712 34145 17022 31346 05772 78616 00846 64825 52304 09384
78780 17889 92199 82707 74993 89532 19681 58816 14316 03145
97411 06926 08867 42862 26757 56052 31721 77520 35361 39382
10767 38937 64556 06060 59216 58946 67595 51900 40055 59089
50229 53094 23124 82389 21271 24154 44006 47034 05667 34757
66397 23949 49946 58457 88730 39622 09037 58939 93856 21074
23690 25138 68041 43779 95698 12244 57411 18034 17342 64522
29416 39723 21340 44449 48730 23154 17676 89375 21030 68727
58034 41700 93954 40962 79558 98678 72320 95124 26893 55730
97045 09595 68440 17555 19661 92180 20640 52305 51893 43475
52600 73485 22821 01088 19464 45442 22318 85131 52846 89622
00230 14437 70269 92300 78030 85261 18075 45192 89770 50210
96842 49362 71359 25187 60777 88466 58361 50238 91349 33331
22310 53392 32136 24319 26372 89106 70503 39928 22652 63556
20902 97986 42472 75977 25655 08615 48754 35746 26471 81414
51279 00602 38901 62077 73224 49943 53088 99509 50188 03281
12194 32048 19643 87675 86331 47985 71911 39781 83978 07476
15077 22117 50826 54586 39320 45652 09896 98585 67814 10696

3.

1415926535897932384626433832795028841971693993751058209
7494459230781640628620899862803482534211706798214808651
3282306647093844609550582231725359408128481117450284102
7019385211055596446229489549303819644288109756659334461
2847564823378678316527120190914564856692346034861045432
6648213393607260249141273724587006606315588174881520920
9628292540917153643678925903600113305305488204665213841
4695194151160943305727036575959195309218611738193261179
3105118548074462379962749567351885752724891227938183011
9491298336733624406566430860213949463952247371907021798
6094370277053921717629317675238467481846766940513200056
8127145263560827785771342757789609173637178721468440901
2249534301465495853710507922796892589235420199561121290
2196086403441815981362977477130996051870721134999999837
2978049951059731732816096318595024459455346908302642522
3082533446850352619311881710100031378387528865875332083
8142061717766914730359825349042875546873115956286388235
3787593751957781857780532171226806613001927876611195909
2164201989380952572010654858632788659361533818279682303
0195203530185296899577362259941389124972177528347913151
5574857242454150695950829533116861727855889075098381754
6374649393192550604009277016711390098488240128583616035
6370766010471018194295559619894676783744944825537977472
6847104047534646208046684259069491293313677028989152104
7521620569660240580381501935112533824300355876402474964
7326391419927260426992279678235478163600934172164121992
4586315030286182974555706749838505494588586926995690927
2107975093029553211653449872027559602364806654991198818

جلال الحاج عبد

بسم الله الرحمن الرحيم

نتناول في هذا البحث أهم الأعداد و الثوابت الرياضية ، فهذه الأعداد و الثوابت أهمية بالغة في الرياضيات و الحياة حيث لا يمكن إنكار تأثير النسبة الثابتة على الهندسة و آثارها على الفيزياء ، كذلك لا يمكن إنكار أثر النسبة الذهبية على الأشكال الهندسية و الطبيعية .

جميع الثوابت الرياضية مهمة في مجالاتها ، لكن ما وجدته أكثر أهمية من بين هذه الأعداد هي النسبة الثابتة و النسبة الذهبية و عدد نابير . نالت النسبة الثابتة الحظ الأوفر في هذا البحث و ذلك لأهميتها الهندسية و التاريخية و كذلك إعجابي الشديد بها . أكتفيت بهذه الأعداد و بعض الأعداد المرتبطة بها و ما أستطقت الى بحث جميع الأعداد و الثوابت الرياضية ، و ذلك لعدم تعقيد المقال .

تمحور البحث في هذا المقال على الخواص العددية و العملية و التاريخية لهذه الأعداد ، و أبتعدت عن التحليل الرياضي و أكتفيت ببعض الروابط التحليلية البسيطة لهذه الأعداد .

لكي أثبت الروح في هذه الأعداد طرحت بعض النظريات الفلسفية و نظرياتي الخاصة حول هذه الأعداد و الثوابت ، فهي ليست مجرد أعداد تختصر فاعليتها على الشكل و الخواص و إنما وراء وجودها مفاهيم كامنة ، تتحرر عند فرض عدمها أو أي تغير جزئي يطرأ عليها .

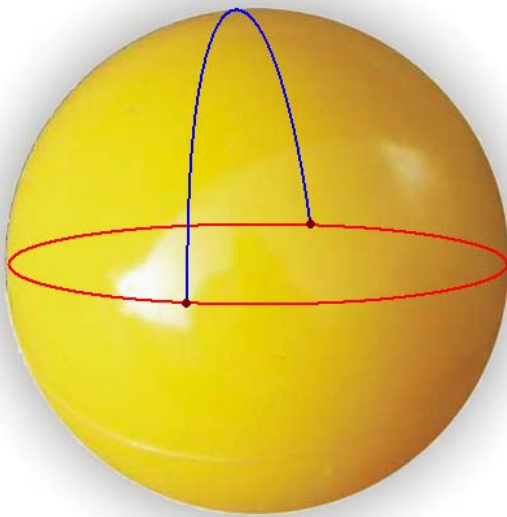


النسبة الثابتة من أهم الأعداد و الثوابت الرياضية ، نالت هذه النسبة إهتمام الإنسان مع بداية الحضارة البشرية حيث أهتم بها البابليين و المصريين و اليونانيين و الصينيين و الفرس و الهنود . نالت هذا الأهتمام لأثرها الملموس في فن العمارة ، و محاسبة السطوح و الأحجام . دقة محاسبة النسبة الثابتة و التطور الذي طرأ على محاسباتها كان و لا زال بموازات تطور علم الرياضيات بأكمله .

يعتبر الرابع عشر من آذار يوم النسبة الثابتة و يحتفل بهذا اليوم في الساعة الواحدة و التسعة و الخمسون دقيقة و ستة و عشرون ثانية ظهراً ، و بما إن آذار هو الشهر الثالث فهذا العدد هو 3.14 at 1:59:26 pm إذا كتبناه بهذه الصورة 3.1415926 هو تقريب النسبة الثابتة أو العدد π .

أول من قدم الحرف اليوناني π كرمز لتعريف النسبة الثابتة عالم الرياضيات الإنجليزي ويليام جونز (William Jones) عام 1706 و أول من أستعمل هذا الرمز للنسبة الثابتة عالم الرياضيات أويلر (Euler) عام 1737 و من بعد أصبح هذا الحرف اليوناني رمز و علامة النسبة الثابتة . يرمز لها بالعربي بالحرف ط .

تعريف النسبة الثابتة : هي نسبة محيط الدائرة الى قطرها في الهندسة الإقليدية . نعم يجب حين تعريف النسبة الثابتة بهذا التعريف ذكر الهندسة الإقليدية ، في الهندسة اللا إقليدية النسبة الثابتة لا يمكن تعريفها بهذا التعريف و إذا عرفناها بهذا التعريف فقيمتها أكبر أو أصغر من π ، في الهندسة الهذلولية التقوس أصغر من الصفر و النسبة الثابتة في هذه الهندسة أصغر من π و في الهندسة البيضوية التقوس أكبر من الصفر و النسبة الثابتة فيها أكبر من π . الخط في الهندسة اللا إقليدية ليس خط مستقيم و إنما هو متقاصر أو جيوديسي أي أقصر فاصلة بين نقطتين ، فعلى سبيل المثال على سطح الكرة الخط الذي يوصل نقطتين ببعضهما دوائر عظيمة على سطح الكرة .



في هذا الشكل : الدائرة الحمراء دائره عظيمه، لو فرضنا الدائرة الزرقاء هي نصف دائرة عظيمة تربط نقطتين من هذه الدائرة هي بمثابة قطر هذه الدائرة العظيمة فنسبة محيط الدائرة العظيمة (الحمراء) الى القطر- نصف الدائرة العظيمة- (الزرقاء) يساوي اثنين ! و ليس π

في الهندسة الهذلولية مساحة و محيط الدائرة بهذه الصورة :

$$C = 2\pi \sinh(r) \quad \text{محيط الدائره في الهندسة الهذلوليه ، } r \text{ نصف القطر الهذلولي}$$

$$S = 4\pi \sinh^2\left(\frac{r}{2}\right) \quad \text{مساحة الدائره في الهندسة الهذلوليه ، } r \text{ نصف القطر الهذلولي}$$

ليس الهدف هو شرح أو إثبات الهندسة الهذلولية و روابطها و إنما مشاهدة قاعدة محيط و مساحة الدائرة في هذا النوع من الهندسة .

النسبة الثابتة في نظرية النسبية

بما إن قيمة النسبة الثابتة تخضع لهندسة الفضاء و في النسبية العامة هندسة الفضاء ليست هندسة إقليدية و إنما لا إقليدية أو بعبارة – زمكان - لذلك يتغير مفهوم النسبة الثابتة في النسبية العامة ، كذلك في النسبية الخاصة في السرعات القريبة من سرعة الضوء يتغير مفهوم النسبة الثابتة كما هو في مسألة القرص الدوار .

بمقياس صغير جداً، أو حينما يكون تقوس الفضاء ضئيل جداً يفترض إنطباق الصفحة اللا إقليدية على الصفحة الإقليدية ، بالتالي تتكافأ القوانين و من بينها النسبة الثابتة ، أي في ناحية صغيرة من الفضاء يمكن فرض تغيرات النسبة الثابتة لا شئ .

بعض الوقائع و الطرائف حول النسبة الثابتة

- يوم النسبة الثابتة ، يحتفل بها اليوم و توزع الحلوى فيه
- يوجد من يحفظ و يكتب النسبة الثابتة الى آلاف الأعداد بعد الأعشار
- يوجد من يطلقون على أنفسهم عشاق و مجانين النسبة الثابتة
- حك على حائط غرفة الرياضيات في قصر الإكتشافات في بارس النسبة الثابتة
- يوجد من يشكك بقيمة النسبة الثابتة ... 3.14
- يوجد من حسب النسبة الثابتة بقوانين الاحتمالات
- إنتخاب عددين طبيعيين بصورة عشوائية ، نسبة إحتمال أن لا يقبلان القسمة على بعضهما البعض هي $\frac{6}{\pi^2}$
- توجد بعض الأشعار و الأقوال تسهل حفظ النسبة الثابتة (عدد حروف الكلمات)

May I have a large container of coffee ?

3 1 4 1 5 9 2 6

تطور النسبة الثابتة : تطورت النسبة الثابتة في طول التاريخ تطوراً مذهباً ، و هذا التطور لا في شكلها و لا في خواصها و إنما في دقة محاسبتها ، تشمل هذه الدقة عدد الأرقام بعد الأعشار . كانت قيمة النسبة الثابتة عند البابليين تساوي ثلاثة أي لا عدد بعد الأعشار ، حين كانوا يحسبون محيط الدائرة يضربون قطرها في ثلاثة . دقة النسبة الثابتة عند اليونانيين عدنان بعد الأعشار . من بين علماء اليونان أهتم أرخميدس بالنسبة الثابتة أكثر من غيره . كذلك نالت هذه النسبة اهتمام علماء المسلمين و توجد عدة رسائل في محاسبة النسبة الثابتة ، و يعتبر غياث الدين جمشيد الكاشاني أو الكاشي من العلماء البارزين في محاسبة النسبة الثابتة و توصل الى دقة حدود 14 عدد بعد الأعشار (بعض المصادر 15 عدد بعد الأعشار) . في عام 1873 توصل العالم الإنجليزي شانكيز الى دقة 707 عدد بعد الأعشار و حك هذا الرقم حول حائط غرفة الرياضيات في قصر الأكتشافات في باريس ، لكن عام 1948 بعد محاسبة النسبة الثابتة الى دقة 808 عدد بعد الأعشار واجهوا خطأ رقم شانكيز في محاسبة النسبة الثابتة و هذا الخطأ يبدأ بعد رقم 528 بعد الأعشار.

اليوم بفضل وجود الحاسوب توصل علماء الرياضيات الى دقة جداً فائقة في محاسبة النسبة الثابتة ، توصلوا الى دقة مليار عدد بعد الأعشار . توجد بيانية تطلب وقف سباق محاسبة النسبة الثابتة !

بعض المحاسبات الفلكية تستطلب دقة عالية في محاسبة النسبة الثابتة ، فعلى سبيل المثال أقطار مدار الكواكب البعيدة عن الشمس مليارات الكيلومترات حساب محيط هذه المدارات لرحلات فضائية يستطلب دقة عالية في محاسبة النسبة الثابتة لتفادي الأخطاء الناجمة عن عدم دقة النسبة الثابتة .

السير التاريخي للنسبة الثابتة

شكلت محاسبة النسبة الثابتة في طول التاريخ موضوع أثار اهتمام علماء الرياضيات و في كل مقطع زمني ترتفع دقة النسبة الثابتة من خلال عدد الأعداد بعد الأعشار .

عدد الأعداد بعد الأعشار	السنة	الاسم
1	2000 قبل الميلاد	البابليين
1	2000 قبل الميلاد	المصريين
1	1200 قبل الميلاد	الصينيين
1	550 قبل الميلاد	الكتاب المقدس
3	250 قبل الميلاد	أرخميدس Archmedes
3	150	بطليموس Ptolemy
5	263	Liu Hui
7	480	Tsu Chung Chi
14	1429	الكاشي Al-Kashi
15	1593	Romanus
35	1615	Van Ceulen
71	1699	Sharp
100	1706	Machin
527	1874	Shanks
10,000	1958	Genuys
17,526,200	1985	Gosper
29,360,111	Jan. 1986	Bailey
1,073,741,799	Nov. 1989	Kanada and Tamura
4,044,000,000	May 1994	Chudnovskys
206,158,430,000	Sep. 1999	Kanada and Takahashi
1,241,100,000,000	Dec. 2002	Kanada , Ushiro , Kuroda

طرق و روابط لمحاكاة النسبة الثابتة

$$\text{Arc tan } x = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2} = \int_0^x (1-t^2+t^4-t^6+\dots)dt = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \dots$$

إذا إنتخبنا $x = 1$ و بما أن $\text{Arc tan } 1 = \frac{\pi}{4}$ لذا :

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$$

تقارب هذه المتتالية بطياً جداً بحيث حساب مئات العبارات من هذه المتتالية يعطي حدود عدنان دقيقان بعد الأعشار للنسبة الثابتة ، و هي غير مناسبة لمحاكاة أعداد هائلة بعد الأعشار للنسبة الثابتة و بدقة عالية .

📌 تقريب آخر للنسبة الثابتة

$$\frac{\pi}{4} = \text{Arc tan}\left(\frac{1}{2}\right) + \text{Arc tan}\left(\frac{1}{3}\right)$$

يمكن كتابتها بهذه الصورة :

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3 \times 2^3} + \frac{1}{5 \times 2^5} - \frac{1}{7 \times 2^7} + \dots + \frac{1}{3} - \frac{1}{3 \times 3^3} + \frac{1}{5 \times 3^5} - \frac{1}{7 \times 3^7} + \dots$$

تقارب هذه المتتالية سريع . و يمكن الإستعانة بها لمحاكاة النسبة الثابتة بدقة جيدة.

من عام 1650 الى حدود 1973 أكثر الروابط التي كان تحسب بها النسبة الثابتة هي روابط مثلثاتيه يستعمل فيها $Arc \tan$ (معكوس ظل) . هذه رابطة من عام 1706

$$\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{Arctan} \frac{1}{5} - \operatorname{Arctan} \frac{1}{239}$$

رابطة أخرى يستعمل فيها $Arc \tan$

$$\operatorname{Arctan} 1 + \operatorname{Arctan} 2 + \operatorname{Arctan} 3 = \pi$$

في عام 1593 طرح Francois Viete هذه المتتالية

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \dots$$

هذه المتتالية بطيئة و لا تعطي قيمة دقيقة من النسبة الثابتة بسرعة

هذه الرابط من Johan wallis عام 1655

$$\frac{\pi}{4} = \frac{2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times 8 \times \dots}{1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times \dots}$$

في عام 1658 عرض الورد وليام برونكير Lord William Brounker هذه المتتالية

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{2 + \frac{3^2}{2 + \frac{5^2}{2 + \frac{7^2}{2 + \dots}}}}$$

هذه الرابطة لعالم الرياضيات السويسري أويلر (Euler) :

$$\frac{\pi^2}{6} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$$

كشف عالم الرياضيات الهندي رمانوجون عام 1910 بعض المتتاليات لمحاكاة

النسبة الثابتة ، أحد هذه المتتاليات :

$$\frac{1}{\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{9801} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(4k)!(1103+26390k)}{(k!)^4 \times 396^{4k}}$$

هذه الرابطة للعالم جون واليز (John Wallis) و هي رابطة ضربيه ، كانت هذه الرابطة وراء إكتشافه لدالة غاما و بعض التتابع الأخرى .

$$\frac{2}{\pi} = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{4k^2 - 1}{4k^2}$$

أحدث رابطة و أفضل دقة لمحااسبة النسبة الثابتة :

$$\pi = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{16^k} \left(\frac{4}{8 \times k + 1} - \frac{2}{8 \times k + 4} - \frac{1}{8 \times k + 5} - \frac{1}{8 \times k + 6} \right)$$

تعرف هذه الرابطة بأسم قاعدة Bailey-Borwein-Plouffe (BBP formula)

حققت بنفسى هذه الرابطة من خلال برنامج MathCad أنتخبت k من الصفر الى 9 ، كانت النتيجة النسبة الثابتة بدقة خمسة عشر رقماً بعد الأعشار :

$$p := \sum_{k=0}^9 \frac{1}{16^k} \cdot \left(\frac{4}{8 \cdot k + 1} - \frac{2}{8 \cdot k + 4} - \frac{1}{8 \cdot k + 5} - \frac{1}{8 \cdot k + 6} \right)$$

$$p = 3.14159265358979$$

كسور عدديه تعطي قيمه تقريبيه للنسبة الثابته

$$\frac{22}{7}$$

أول نسبة كانت تستعمل لتقريب النسبة الثابته بدقة عددين بعد الأعشار

$$\frac{355}{113}$$

الدقة في هذا الكسر 5 أعداد بعد الأعشار

$$\frac{54648}{17395}$$

الدقة في هذا الكسر 7 أعداد بعد الأعشار

$$\frac{63}{25} \times \frac{17+15\sqrt{5}}{7+15\sqrt{5}}$$

الدقة في هذا الكسر هي 9 أعداد بعد الأعشار

$$4\sqrt{\frac{2143}{22}}$$

الدقة في هذا الكسر 9 أعداد بعد الأعشار

$$\frac{833009}{265155}$$

الدقة في هذا الكسر 10 أعداد بعد الأعشار

$$\frac{\ln(640320^3 + 744)}{\sqrt{163}}$$

الدقة في هذا الكسر 30 عدد بعد الأعشار

$$\left(-\frac{1}{2}\right)! = \sqrt{\pi}$$

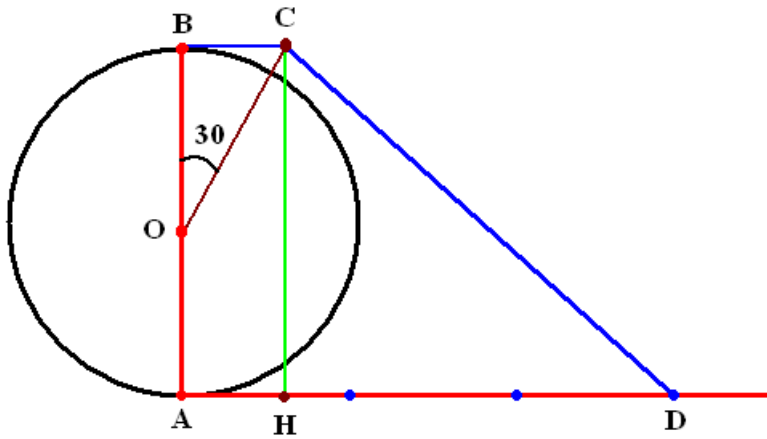
من دالة غاما نستنتج هذا التساوي :

العلامة (!) مضروب أو فاكتريل

الرسم الهندسي للنسبة الثابتة

يرتبط رسم النسبة الثابتة بمسئلة تربيع الدائرة ، و هي مسئلة قديمة المطلوب فيها رسم مربع مساحته تساوي مساحة دائرة معطاة ، بشرط أن يتم الرسم بالفرجال و المسطره الغير مدرجه . و بما أن النسبة الثابتة عدد متسامي لذلك لا يمكن حل هذه المسئلة . توجد عدة محاولات تقريبية لرسم النسبة الثابتة منها هذه المحاولتان .

المحاولة الأولى :



- نرسم دائره نصف قطرها

$$\text{واحد } OA = 1$$

- الزاويه $\angle BOC = 30^\circ$

- نرسم خطين مماسين على

الدائره من A و B

- الطول $AD = 3$

طول الخط BC يساوي

$$\Delta OBC \Rightarrow BC = 1 \times \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

إذن HD يساوي

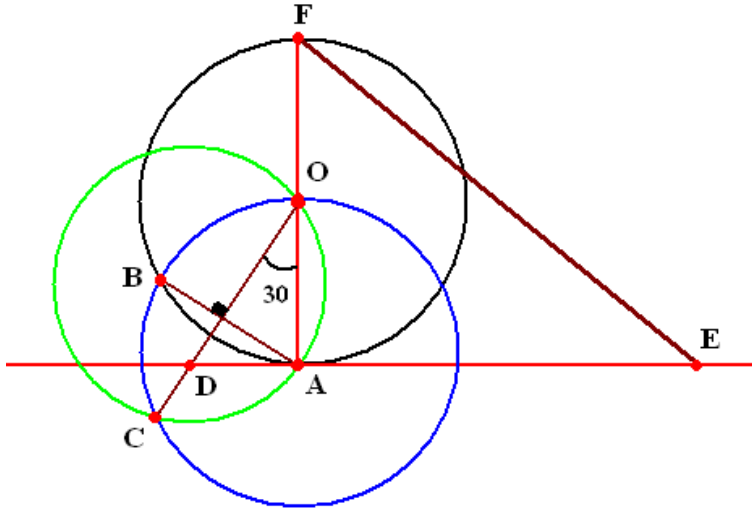
$$HD = 3 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

من مبرهنة فيثاغورث في المثلث HCD

$$\Delta HCD \Rightarrow CD^2 = CH^2 + HD^2$$

$$CD^2 = 4 + \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$CD = 3.14153$$

المحاولة الثانية تقريب كوشانسكي¹

- نرسم دائره مركزها O و
نصف قطرها واحد $OA = 1$
- نرسم دائره أخرى مركزها A
و نصف قطرها واحد تقطع
الدائره O في B
- نرسم دائره مركزها B و
نصف قطرها واحد تقطع
الدائرة A في C

الزاويه : $\angle AOD = 30^\circ$

في المثلث AOD طول الضلع AD يساوي

$$AD = 1 \times \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ننتخب النقطة E على امتداد مماس الدائرة من A بحيث $DE = 3$
إذن :

$$AE = 3 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

من مبرهنة فيثاغورث في المثلث HCD

$$\Delta FAE \Rightarrow EF^2 = AF^2 + AE^2$$

$$EF^2 = 4 + \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$EF = 3.14153$$

إستعمال النسبة الثابتة

تظهر النسبة الثابتة في كثير من الروابط الهندسية و القوانين الفيزيائية و هذا الجدول خلاصه لبعض هذه الروابط و القوانين .

$\frac{\alpha^d}{180} = \frac{\alpha^r}{\pi}$	حسب الراديان r راديان و d درجه	الزاويه
$l = 2\pi R$	محيط الدائره	الطول
$S = \pi R^2$	مساحة الدائره	السطح
$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	حجم الكره	الحجم
$\Lambda = \frac{8\pi G}{3c^2} \rho$	ثابت الجاذبيه الكوني لأنشتاين	الجاذبيه
$F = \frac{ q_1 q_2 }{4\pi\epsilon_0 r^2}$	قانون كولمب	الشحنه الكهربائيه
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$	النفاذيه المغناطيسيه	المغناطيسيه
$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$	لا وثوقية هايزنبرغ	الكم
$\frac{P^2}{a^3} = \frac{(2\pi)^2}{G(M+m)}$	قانون كبلر	حركة الأجرام السماويه
$T = \frac{hc^3}{8\pi kGM}$	درجة حرارة الثقب الأسود	الثقوب السوداء

الرابطه بين الهندسة و النسبة الثابته

السؤال الذي شغلني و يلقيني في دوامة لا خروج منها هو : هل جائت الهندسة بالنسبة الثابته أم النسبة الثابته هي التي جائت بالهندسة ؟ لو إن النسبة الثابته من الخواص الذاتية للهندسة فهذا يعني أن الرابطه بين الهندسة و النسبة الثابته رابطه ذاتية ، كل في ذات الأخرى ، كالفضاء في الكون . وسعة النسبة الثابته في الهندسة كوسعة الفضاء في الكون . على رغم عدم تناهي قيمة النسبة الثابته لكن محيط و مساحة الدائرة متناه ! لا أدري هل تناهي محيط و مساحة الدائرة واقعي أم مجازي ؟ الأمر الذي يمكن فرضه هو إن الهندسة في العالم الواقعي الذي نعيش فيه هي ليست إقليدية خالصة و إنما تقترب من الإقليدية ، لذلك عملياً قيمة النسبة الثابته متناهية و بالنتيجة محيط و مساحة الدائرة متناهيان . هل يمكن الإدعاء على أننا لسنا في محيط إقليدي مائة في المائة ؟!

ماذا سيحدث للهندسة لو طرأ أي تغير على قيمة النسبة الثابت ؟ هل قيمتها في الطبيعة كانت و لازالت ثابتة ؟ نظرياً قيمة النسبة الثابته في الصفحة الإقليدية ثابتة ، بثبات ماهية الهندسة الإقليدية ، لكن لا أستطيع الجزم بطبيعتها ، ربما تتغير طبيعتها في المجرات البعيدة . لاحظنا قانون درجة حرارة أطراف الثقوب السوداء و ظهور النسبة الثابته فيه ، كذلك ظهورها في قانون إحتمال مكان و زمان الإلكترونات في فيزياء الكم . يرجع ظهورها في هذه القوانين الى ماهية النسبة الثابته لا الى طبيعتها . في مسئلة القرص الدوار و هي مسئلة في النسبية يفترض فيها دوران القرص بسرعة قريبة من سرعة الضوء (يدخل التعجيل في الحركة لذا يمكن فرض القرص مرجع عجلة) بالنسبة للملاحظ في مرجع العطالة محيط القرص $2\pi r$ بينما للملاحظ الذي على القرص ،

محيط القرص يساوي $\frac{2\pi r}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ (r نصف قطر القرص ، v السرعة الخطية للقرص و c

سرعة الضوء) .

قيمة النسبة الثابتة

3.

1415926535897932384626433832795028841971693993751058209
 7494459230781640628620899862803482534211706798214808651
 3282306647093844609550582231725359408128481117450284102
 7019385211055596446229489549303819644288109756659334461
 2847564823378678316527120190914564856692346034861045432
 6648213393607260249141273724587006606315588174881520920
 9628292540917153643678925903600113305305488204665213841
 4695194151160943305727036575959195309218611738193261179
 3105118548074462379962749567351885752724891227938183011
 9491298336733624406566430860213949463952247371907021798
 6094370277053921717629317675238467481846766940513200056
 8127145263560827785771342757789609173637178721468440901
 2249534301465495853710507922796892589235420199561121290
 2196086403441815981362977477130996051870721134999999837
 2978049951059731732816096318595024459455346908302642522
 3082533446850352619311881710100031378387528865875332083
 8142061717766914730359825349042875546873115956286388235
 3787593751957781857780532171226806613001927876611195909
 2164201989380952572010654858632788659361533818279682303
 0195203530185296899577362259941389124972177528347913151
 5574857242454150695950829533116861727855889075098381754
 6374649393192550604009277016711390098488240128583616035

.
 .
 .

1.61803 39987 49894 84020 45668 34365 63811 77203 09179 80576
28621 35448 62270 52604 62818 90244 7072 07204 18939 11374
84754 08807 53868 11781 12663 38674 23636 93179 31800 60766
72635 44333 89076 59993 98829 09038 32166 13139 28290 26788
08752 09766 82309 1116 94207 33221 10432 18468 4862 62963
13614 43814 72337 61220 34080 58873 54454 74104 61.56 95364
86444 92410 44327 77134 49470 45665 84678 85098 14338 44221
25448 7706 47808 15884 60749 88873 24007 6521 05101 79788
34166 2562 34038 89069 70400 02032 10427 62177 11197 8053
15317 1411 13044 66599 44669 78023 17613 86006 08086 0710
13179 52348 94275 21948 43530 96103 00228 78569 41824 7834
78458 78278 91109 76290 03026 96106 17002 50464 33824 37764
86102 83831 26831 03724 29267 55111 16533 92473 16911 12115
88186 38518 18420 38400 52221 85111 28667 52946 34986 81131
71599 34333 59731 94985 09040 94822 13222 98101 78610 10596
11645 62890 88162 90555 20852 41033 52406 02017 27997 47175
34277 7592 78425 61943 20827 50103 12181 56285 51222 48093
34712 34145 17055 37358 05772 79806 00868 83829 52104 59264
78780 17889 32196 82707 76903 38022 19681 98825 1478 01149
97411 06926 08880 8962 26787 54022 31727 77520 38361 39362
10767 38937 6396 60 59216 58846 67585 11300 0055 59089
50229 53094 23121 82335 21221 24194 44006 47394 05657 34797
66397 23949 49946 28730 39633 09037 339 93856 21024
23690 25138 68041 48779 83471 13248 31481 78034 17312 64532
20416 39723 21340 44449 48730 21154 17676 89375 21030 68737
88034 41700 93954 40962 79558 88873 72320 95124 26893 55730
97045 09595 68440 17555 19881 9210 20640 52905 51893 49475
92600 73485 22821 01088 19464 49842 22318 89131 92946 89622
00230 14437 70269 92300 78030 88411 18075 45192 88770 50210
96842 49362 71359 25187 60777 81106 58361 50238 91349 33331
22310 53392 32136 24319 26372 89106 70503 39928 22652 63556
20902 97986 42472 75977 25655 08635 48754 35748 26471 81414
51270 00602 38901 62077 73224 49948 53088 99909 50169 03281
12184 32048 19643 87675 86331 43843 71911 39781 53978 07476
15077 22117 50826 94586 39320 45652 09896 98555 67814 10696
83728 84058 74610 33781 05444 39094 36835 83581 38112 11689



الثابت الرياضي الآخر الذي نتناول بحثه النسبة الذهبية ، تختلف هذه النسبة مع النسبة الثابتة لا من حيث القيمة فحسب و إنما كذلك من الناحية المفهومية ، على رغم كونها نسبة هندسية كالنسبة الثابتة لكن يكمن مفهومها في الشكل المتناسب الذي تأخذه الأشكال التي تظهر فيها هذه النسبة .

من بين هذه المستطيلات أي مستطيل أكثر تناسب ؟

المستطيل الأحمر لأن نسبة الطول

الى العرض فيه تقريبا 1.6



ما هي هذه النسبة و ما سر إرتياح

العين و الذهن لهذا الشكل بهذه النسبة ؟

هذه هي النسبة الذهبية و هذه هي أسرارها :

نفرض طول المستقيم CA المتكون من قطعتين $\overline{AB} = a$ و $\overline{BC} = b$ يساوي $(a + b)$ نكتب النسبة بين جزئي هذا الخط بهذه الصورة :

A **a** **B** **b** **C**

$$a > b \quad ; \quad \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

إذا فرضنا $b = 1$ في هذه الحالة نحصل على هذه المعادلة :

$$\frac{a+1}{a} = \frac{a}{1} \Rightarrow a^2 - a - 1 = 0$$

أحد أجوبة هذه المعادلة هو :

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

تعرف هذه بأسم النسبة الذهبية ، أو العدد الذهبي أو المقدس أو الإلهي و يرمز لها بالحرف اليوناني (في phi) Φ أو φ ، إنتخبت الحرف φ كرمز لها في هذا البحث إذن :

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803 \ 39887 \ 49894 \ 84820 \ 45868 \ 34365 \ 63811$$

بعض الروابط لمحاكاة النسبة الذهبية

$$\varphi^2 = \varphi + 1$$

$$\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1$$

$$\varphi^n = \varphi^{n-1} + \varphi^{n-2}$$

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

$$\varphi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}}}$$

$$\varphi = \frac{13}{8} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (2n+1)!}{(n+2)! n! 4^{2n+3}}$$

$$\varphi = 1 + 2 \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) = 1 + 2 \sin 18^\circ$$

$$\sqrt{\varphi} \approx \frac{4}{\pi}$$

Fibonacci Numbers أعداد فيبوناشي

هي سلسلة من الأعداد تبدأ من الواحد ثم الواحد ، ثم الأثنين و هو حاصل واحد زائد واحد ، ثم الثلاثة و هي حاصل واحد زائد اثنين و هكذا أي كل عدد هو مجموع عددين قبله من هذه السلسلة . إذن أعداد فيبوناشي هي :

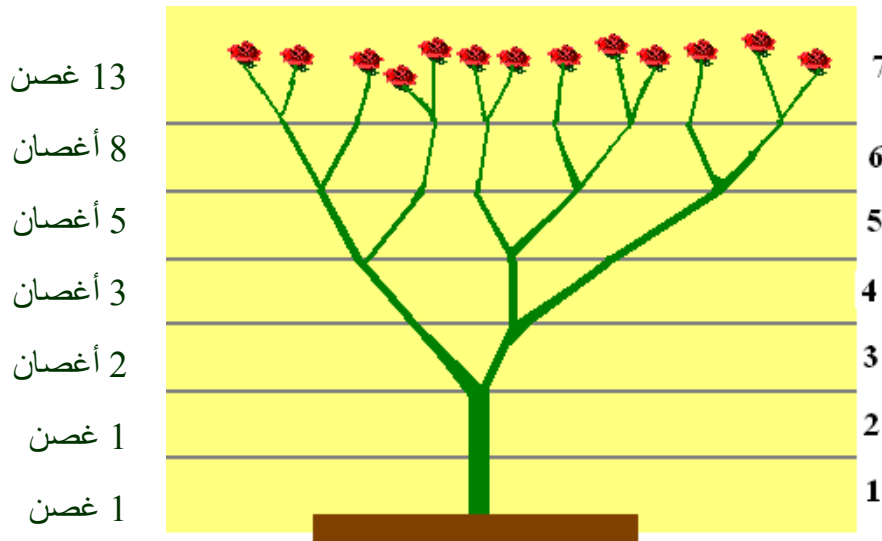
$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, \dots$$

كشف الفلكي كبلر إن نسبة كل عددين متتاليين من سلسلة أعداد فيبوناشي تقترب من النسبة الذهبية ، على سبيل المثال :

$$\frac{34}{21} = 1.6190476190$$

يقر كبلر في أحد كتبه بأن للهندسة كنزين في غاية الأهمية أحدهما مبرهنة فيثاغورث و الثاني تقسيم خط بنسبة ذهبية .

يمكن ملاحظة أعداد فيبوناشي و النسبة الذهبية في الكثير من الظواهر الطبيعية ، فعلى سبيل المثال طبيعياً تميل النباتات لتكون لها أغصان تقترب من أعداد فيبوناشي أو النسبة بين عدد الأغصان نسبة ذهبية ، لاحظ الشكل :



الذهبية في النسبة الذهبية

كما لاحظتم من بين المستطيلات المستطيل الذي النسبة بين أضلعه تساوي أو تقترب من النسبة الذهبية أكثر تناسباً ، و من بين سائر المستطيلات أكثر ترتاح العين عند مشاهدته و كذلك يعكس هدوءاً ذهنياً عند رؤيته ، لذلك أكثر شاشات الكامبيوترات و التلفزيونات النسبة بين أضلاعها تقترب من النسبة الذهبية .

من بين المثلثات المتساوية الساقين ، المثلث الذي فيه نسبة الساق الى القاعدة تساوي أو تقترب من النسبة الذهبية أكثر تناسباً و متعتاً عند المشاهدة ، فلننظر الى هذه المثلثات المتساوية الأضلع :

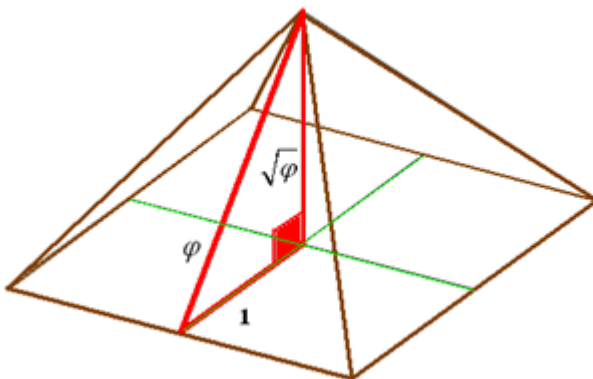


النسبة في المثلث الأزرق قريبة من النسبة الذهبية .

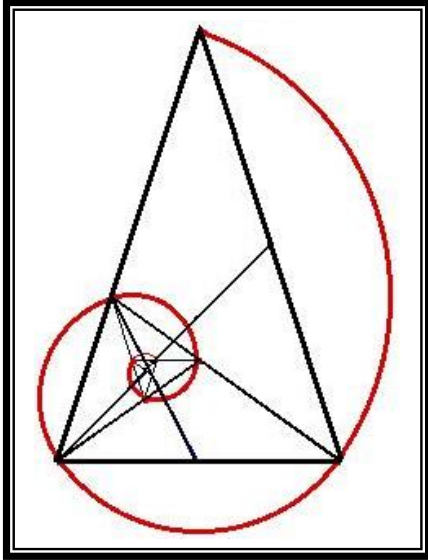
يعرف هذا المثلث بالمثلث الذهبي .

أكثر الظواهر الطبيعية تميل للحفاظ على هذه النسبة بين أجزائها ، لتصل الى الشكل الأكثر تناسباً . يمكن مشاهدة هذه النسبة حتى في جسم الإنسان ، فالتناسب بين طول الوجه و عرضه يقترب من هذه النسبة و الوجه الأكثر قرباً لهذه النسبة أكثر تناسباً . نلاحظ هذه النسبة في أكثر اللوحات الفنية و في لوحات دافنشي بوجه خاص .

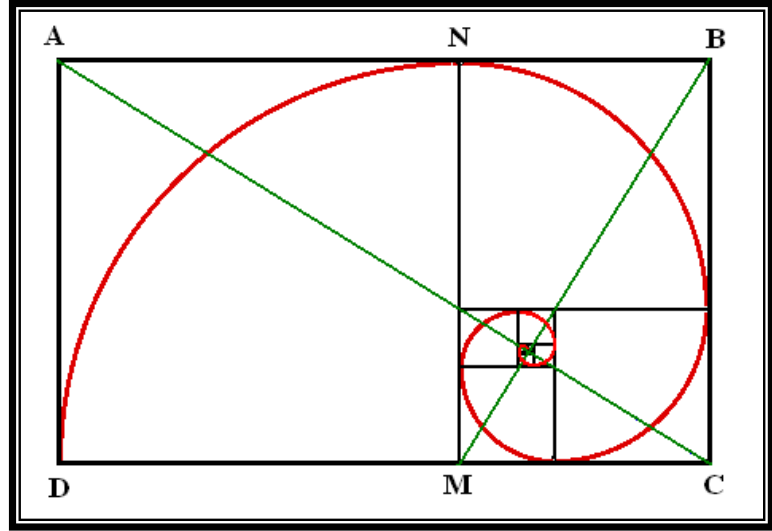
في أهرامات مصر نلاحظ وجود النسبة الذهبية في أبعاد الهرم لتعطيه شكلاً أكثر تناسباً و توازناً . لاحظ الشكل :



بناء حلزون على رؤس مثلثات (مستطيلات) ذهبيه يعطي حلزون أكثر تناسب من سائر
الحلزونات المبنية على رؤس مثلثات (مستطيلات) غير ذهبيه ، لاحظ تناسب هذين
الحلزونين :



حلزون ذهبي مبني على
رؤس مثلثات ذهبية



حلزون ذهبي مبني على رؤس مستطيلات ذهبية

حالات و أشكال عديدة يوحي التناسب فيها (و المتعة و اللذة من شكلها) بوجود النسبة
الذهبية بين طول أجزائها . و كأنما المتعة و اللذة الذهنية هذه نتيجة خلفية ذهنية ترتبط
بهذه النسبة ، أو كأنما الترددات الصادر من الأشكال المتناسبة ذهبياً تنطبق على
الترددات الذهنية في ذهن الإنسان فيشعر بالراحة الذهنية عند مشاهدتها .

الدائره من الأشكال الهندسية المنتظمة و المتناسبة و المتوازنة بحيث من بين جميع
المنحنيات المغلقة ذات محيط ثابت الدائرة تعطي أكبر مساحة . بنظري المنشأ الذهني
للنسبة الثابتة و النسبة الذهبية واحد . ربما هذه النسبتان موجودتان في ذهن الإنسان
وجوداً ذاتياً لا إكتسابياً !

قيمة النسبة الذهبية

1.	61803	39887	49894	84820	45868	34365	63811	77203	09179	80576
	28621	35448	62270	52604	62818	90244	97072	07204	18939	11374
	84754	08807	53868	91752	12663	38622	23536	93179	31800	60766
	72635	44333	89086	59593	95829	05638	32266	13199	28290	26788
	06752	08766	89250	17116	96207	03222	10432	16269	54862	62963
	13614	43814	97587	01220	34080	58879	54454	74924	61856	95364
	86444	92410	44320	77134	49470	49565	84678	85098	74339	44221
	25448	77066	47809	15884	60749	98871	24007	65217	05751	79788
	34166	25624	94075	89069	70400	02812	10427	62177	11177	78053
	15317	14101	17046	66599	14669	79873	17613	56006	70874	80710
	13179	52368	94275	21948	43530	56783	00228	78569	97829	77834
	78458	78228	91109	76250	03026	96156	17002	50464	33824	37764
	86102	83831	26833	03724	29267	52631	16533	92473	16711	12115
	88186	38513	31620	38400	52221	65791	28667	52946	54906	81131
	71599	34323	59734	94985	09040	94762	13222	98101	72610	70596
	11645	62990	98162	90555	20852	47903	52406	02017	27997	47175
	34277	75927	78625	61943	20827	50513	12181	56285	51222	48093
	94712	34145	17022	37358	05772	78616	00868	83829	52304	59264
	78780	17889	92199	02707	76903	89532	19681	98615	14378	03149
	97411	06926	08867	42962	26757	56052	31727	77520	35361	39362
	10767	38937	64556	06060	59216	58946	67595	51900	40055	59089
	50229	53094	23124	82355	21221	24154	44006	47034	05657	34797
	66397	23949	49946	58457	88730	39623	09037	50339	93856	21024
	23690	25138	68041	45779	95698	12244	57471	78034	17312	64532
	20416	39723	21340	44449	48730	23154	17676	89375	21030	68737
	88034	41700	93954	40962	79558	98678	72320	95124	26893	55730
	97045	09595	68440	17555	19881	92180	20640	52905	51893	49475
	92600	73485	22821	01088	19464	45442	22318	89131	92946	89622
	00230	14437	70269	92300	78030	85261	18075	45192	88770	50210
	96842	49362	71359	25187	60777	88466	58361	50238	91349	33331
	22310	53392	32136	24319	26372	89106	70503	39928	22652	63556
	20902	97986	42472	75977	25655	08615	48754	35748	26471	81414
	51270	00602	38901	62077	73224	49943	53088	99909	50168	03281
	12194	32048	19643	87675	86331	47985	71911	39781	53978	07476
	15077	22117	50826	94586	39320	45652	09896	98555	67814	10696
	83728	84058	74610	33781	05444	39094	36835	83581	38113	11689
	93855	57697	54841	49144	53415	09129	54070	05019	47754	86163
	07542	26417	29394	68036	73198	05861	83391	83285	99130	39607
	20144	55950	44977	92120	76124	78564	59161	60837	05949	87860
	06970	18940	98864	00764	43617	09334	17270	91914	33650	13715
	76601	14803	81430	62623	80514	32117	34815	10055	90134	56101
	18007	90506	38142	15270	93085	88092	87570	34505	07808	14545
	88199	06336	12982	79814	11745	33927	31208	09289	72792	22132
	98064	29468	78242	74874	01745	05540	67787	57083	23731	09759
	15117	76297	84432	84747	90817	65180	97787	26841	61176	32503
	86121	12914	36834	37670	23503	71116	33072	58698	83258	71033
	63222	38109	80901	21101	98991	76841	49175	12331	34015	27338
	43837	23450	09347	86049	79294	59915	82201	25810	45982	30925

•
•
•



عدد نابير

ظهر عدد نابير أو ثابت نابير في جداول جون نابير عام 1618 . يرمز لهذا العدد بالحرف e ، ربما جاء هذا الرمز من الحرف الأول لأسم أويلر ، حيث عمل أويلر على هذا العدد ، و أحياناً يطلق عليه عدد أو ثابت أويلر. أو ربما الحرف الأول من exponential (أسي) . هذا العدد من أهم الأعداد و الثوابت في الحساب الفاضل و الجامع و التحليل الرياضي .

من الصعب تعريف عدد نابير كتعريف النسبة الثابتة أو النسبة الذهبية ، فهذين النسبتين هندسيتين و يمكن إعطاء أمثله عمليه لمحاسبتتهما و لمسهما ، لكن عدد نابير ليس بهذه البساطة ، فهو يعقد بعض المفاهيم البسيطة عندما يدخل في تعريفها كالمثلثات و الإحتمالات . لكن معرفه بسيطه بالحساب الفاضل و الجامع كافيهِ لدرك مفهوم هذا العدد.

تعريف العدد e هو نهاية هذه الرابطة $(1 + \frac{1}{n})^n$ عندما يسعى n نحو ما لانهاية

عندما يصبح هذا العدد أساس اللوغاريثم يصبح اللوغاريثم ، لوغاريثم نابير ، و دالة لوغاريثم نابير $\log_e^x = \ln x$ من الدوال المهمة في الحساب الفاضل و الجامع . كذلك

تفاضل الدالة e^x نفسها لأي مرتبة من التفاضل .

روابط لمحاكاة العدد e

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{5!} + \dots$$

$$e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{\dots}}}}}}}$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + n\right)^{\frac{1}{n}}$$

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt[n]{n!}}$$

$$\frac{1}{e} = 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \dots + (-1)^n \frac{1}{n!}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^{n+1} e^{-n}} = \sqrt{2\pi}$$

يعرّف الثابت أوميغا بهذه الصورة $\Omega e^{\Omega} = 1$

$$\Omega = 0.56714329\dots$$

القيمة العددية لأوميغا هي :

$$e^{-\Omega} = \Omega$$

إستعمال عدد نابير

يدخل و يظهر عدد نابير في كثير من القوانين و الروابط الرياضية و الفيزيائية . وسعة إستعماله توازي وسعة إستعمال النسبة الثابتة . هذه بعض إستعمالات هذا العدد :

- في الحساب الفاضل و الجامع لوغاريثم نابير $\log_e^x = \ln x$

- في الحساب الفاضل و الجامع و التحليل الرياضي على سبيل المثال الدالة $f(x) = e^x$ ذات أهميه بالغه . و في الأعداد العقدية و الخيالية $e^{i\pi} = -1$

- في المثلثات المسطحة $\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$ و الهذلولية $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

- في الإحصاء و الإحتمالات التوزيع الحداني¹ $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2} dt$

- في الفيزياء قانون توزيع الطاقة (أحد صيغه) $f(E) = \frac{1}{A e^{\frac{E}{kT}} - 1}$

- في فيزياء الكمّ إشعاع الجسم الأسود $\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$

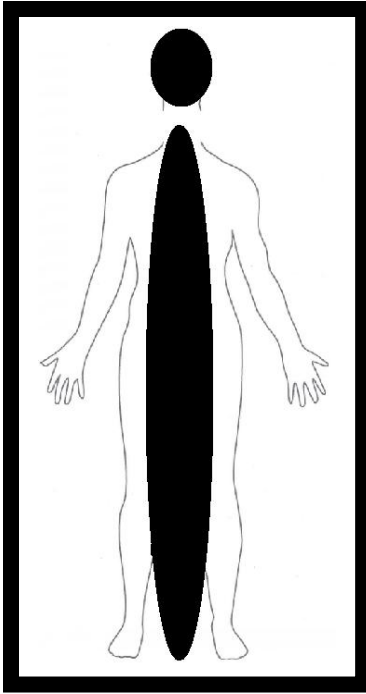
- في الفيزياء النوويه نصف عمر العنصر المشع $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$

- في الإقتصاد و حساب الفائدة . و في النموّ السكاني

قيمة العدد e

$e=2.718281828459045235360287471352662497757247093699959574966$
 967627724076630353547594571382178525166427427466391932003059
 921817413596629043572900334295260595630738132328627943490763
 233829880753195251019011573834187930702154089149934884167509
 244761460668082264800168477411853742345442437107539077744992
 069551702761838606261331384583000752044933826560297606737113
 200709328709127443747047230696977209310141692836819025515108
 657463772111252389784425056953696770785449969967946864454905
 987931636889230098793127736178215424999229576351482208269895
 193668033182528869398496465105820939239829488793320362509443
 117301238197068416140397019837679320683282376464804295311802
 328782509819455815301756717361332069811250996181881593041690
 351598888519345807273866738589422879228499892086805825749279
 610484198444363463244968487560233624827041978623209002160990
 235304369941849146314093431738143640546253152096183690888707
 016768396424378140592714563549061303107208510383750510115747
 704171898610687396965521267154688957035035402123407849819334
 321068170121005627880235193033224745015853904730419957777093
 503660416997329725088687696640355570716226844716256079882651
 787134195124665201030592123667719432527867539855894489697096
 409754591856956380236370162112047742722836489613422516445078
 182442352948636372141740238893441247963574370263755294448337
 998016125492278509257782562092622648326277933386566481627725
 164019105900491644998289315056604725802778631864155195653244
 258698294695930801915298721172556347546396447910145904090586
 298496791287406870504895858671747985466775757320568128845920
 541334053922000113786300945560688166740016984205580403363795
 376452030402432256613527836951177883863874439662532249850654
 995886234281899707733276171783928034946501434558897071942586
 398772754710962953741521115136835062752602326484728703920764
 310059584116612054529703023647254929666938115137322753645098
 889031360205724817658511806303644281231496550704751025446501
 172721155519486685080036853228183152196003735625279449515828

•
•
•



العدد الخيالي

الحد الخيالي

يعرف العدد الخيالي بهذا التعريف $\sqrt{-1} = i$ وضع هذا التعريف عالم الرياضيات الإيطالي كاردان¹ (1501 - 1576) . (بحثت بعض خواص الأعداد الخيالية في مقال لي بأسم التطبيق) . و أذكر بأن عالم الرياضيات المسلم عمر الخيام قد أقترب من مفهوم الأعداد الخيالية في أعماله على المعادلات الجبرية من الدرجة الثالثة .

بعض روابط العدد الخيالي :

$$(i)^2 = -1$$

$$(i)^3 = -i$$

$$(i)^n = \begin{cases} 1 & n = 4k \quad , \quad k = 0,1,2,3,\dots \\ i & n = 4k + 1 \quad , \quad k = 0,1,2,3,\dots \\ -1 & n = 4k + 2 \quad , \quad k = 0,1,2,3,\dots \\ -i & n = 4k + 3 \quad , \quad k = 0,1,2,3,\dots \end{cases}$$

$$\sqrt{-5} = i\sqrt{5}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{-1} = -i$$

$$e^{xi} = \cos(x) + i \sin(x)$$

$$e^{-xi} = \cos(x) - i \sin(x)$$

$$e^{i\pi} = \cos(\pi) + i \sin(\pi) = -1 \Rightarrow e^{i\pi} = -1$$

$$\log_i^x = \frac{2 \ln x}{i \pi}$$

\log_i^x الأساس في هذا اللوغاريتم العدد الخيالي i

$\ln x$ الأساس في هذا اللوغاريتم عدد نابير e

$$\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$\sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

$$\cos(i) = \frac{e^{-1} + e}{2} \Rightarrow \cos(i) = \frac{e^2 + 1}{2e} = 1.543080$$

العدد المتسام¹

العدد المتسام هو العدد الغير جبري و الذي ليس جواب المعادله الجبريه ذات المعامل المنطقه² (نسبة عددين صحيحين) .

ترجع هذه التسمية الى ليبنتز عام 1682 حين برهن على إن $\sin(x)$ ليست دالة جبرية .

برهن Ferdinand Von Lindemann عام 1882 على إن النسبة الثابتة π هي عدد متسام . أولاً هو برهن على إن عدد نابير e أس أي عدد جبري غير الصفر هو عدد متسام ، و بما أن $e^{i\pi} = -1$ هو عدد جبري لذلك π عدد متسام .

مجموعة الأعداد المتساميه غير محدودة أي ما لا نهاية .

$\sqrt{2}$ عدد غير كسري أي لا يمكن كتابته بصورة نسبة عددين صحيحين لكنه عدد غير متسام لأنه جواب المعادلة الجبرية $x^2 - 2 = 0$

أقترح هذه الرابطة تجمع هذه الأعداد و الثوابت

$$\varphi + e^{i\pi} = \frac{-e^{i\pi}}{\varphi}$$

المصادر

MATHEMATICAL CONSTANTS, Steven R. Finch

π UNLEASHED, Jörg Arndt & Christoph Haenel

An Introduction to the History of Mathematics, Howard W. Eves

<http://en.wikipedia.org/wiki/Pi>

http://en.wikipedia.org/wiki/Golden_ratio

<http://mathworld.wolfram.com/GoldenRatio.html>

[http://en.wikipedia.org/wiki/E_\(mathematical_constant\)](http://en.wikipedia.org/wiki/E_(mathematical_constant))



موقع جلال الحاج عبد

www.jalalalhajabed.com

البريد الإلكتروني :

jalal.alhajabed@hotmail.com

jalal.alhajabed@yahoo.com