

1/2	الصفحة	الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا دورة ماي 2004
3 ساعات	مدة الإنجاز	
7	المعامل	المادة: الرياضيات الشعبة: علوم تجريبية المؤسسة: ثانوية الحارثي التأهيلية الدار البيضاء

يسمح باستعمال حاسبة غير قابلة للبرمجة

التمرين 1 (1.5 نقطة)

أحسب التكاملين التاليين: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$ (بالأجزاء) و $J = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + x + 1} dx$

التمرين 2 (3 نقط)

نعتبر في \mathbb{C} المعادلة: $(E): z^2 + [2 + i(1 - \sqrt{3})]z + 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3}) = 0$

1- تحقق أن $z_1 = -1 - i$ حل للمعادلة (E) و استنتج الحل الاخر z_2 للمعادلة (E)

2- أكتب z_1 و z_2 على شكلهما المثلثي

3- نضع $Z = \frac{z_1}{z_2}$

أكتب Z على الشكلين الجبري و المثلثي و استنتج قيمتي $\sin \frac{7\pi}{12}$ و $\cos \frac{7\pi}{12}$

التمرين 3 (3 نقط)

نعتبر $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي

$$b \in \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - b \quad \text{و} \quad a \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 1336 \end{cases}$$

1- حدد b إذا علمت أن $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية ثم حدد أساسها و حدها الأول بدلالة a

2- باستعمال قيمة b المحصل عليها في (1) أكتب v_n بدلالة n و a ثم استنتج u_n بدلالة n

ثم استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

3- أحسب $S_n = \sum_{i=0}^{n-1} u_i$ و أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ (بحيث b المحصل عليها في (1))

التمرين 4 (1.5 نقطة)

يحتوي كيس على ثلاث أقراص حمراء و قرصين بيضاويين غير قابلة للتمييز باللمس.

نسحب بالتتابع وبدون احلال 5 أقراص من الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي يربط كل امكانية بعدد الأقراص البيضاء قبل سحب أول قرص أحمر

ما هو قانون احتمال المتغير العشوائي X ؟

التمرين 5 (4.50 نقطة)

في الفضاء (E) منسوب الى معلم متعامد ممنظم $R = (O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر المستقيم $(D): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$ و (L) المستقيم المار من $A(1; 2; 1)$ و الموجه

بالمتجهة $\vec{u}(1; 0; 2)$

1- بين أن (D) و (L) غير مستوائيين

2- نعتبر (P) المستوى الذي يتضمن المستقيم (D) و الموازي لـ (L)

أ) بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P)

ب) حدد مسافة A الى المستوى (P) : $d(A; (P))$

3- حدد $d(A; (D))$

4- أ) حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) الذي أحد أقطارها $[AB]$ حيث $B(1; -2; 1)$

ب) بين أن تقاطع (S) و (P) عبارة عن دائرة محددًا مركزها وشعاعها

التمرين 6 (8 نقطة)

(I) - نعتبر g الدالة العددية لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي : $g(x) = (x-1)e^x + 1$

1- أدرس تغيرات g

2- استنتج أن $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(II) - نعتبر f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

و (C_f) منحنى الدالة f في م.م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$
$$\begin{cases} f(x) = (2x-3)e^{2x} + 4e^x - 1 & ; x \leq 0 \\ f(x) = x \ln \sqrt{x} & ; x > 0 \end{cases}$$

1- بين أن $D_f = \mathbb{R}$ ثم أدرس اتصال f في 0

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم استنتج الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f)

3- أدرس قابلية اشتقاق f في 0 ثم أعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

4- بين أن $\forall x \in \mathbb{R}^- \quad f'(x) = 4e^x g(x)$ و أحسب $f'(x)$ لكل x من \mathbb{R}_+^*

ثم أعط جدول تغيرات f

5- أ) حدد معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأضول 1

ب) حدد تقاطع (C_f) و المستقيم ذا المعادلة $y = x$

ج) أنشئ المنحنى (C_f) (نقبل أن لـ (C_f) نقطة انعطاف عند نقطة أفصولها x_0 ، $x_0 \in]-3; -1[$)

6- بين أن h قصور f على $I = [e^2; +\infty[$ تقابل من I نحو مجال J ينبغي تحديده

ثم أنشئ بلون مغاير منحنى h^{-1} في نفس المعلم.