

1/2	الصفحة	الامتحان التجريبي لنيل شهادة البكالوريا دورة ماي 2004
3 ساعات	مدة الإنجاز	
7	المعامل	المادة: الرياضيات الشعبة: علوم تجريبية المؤسسة: ثانوية الحارثي التأهيلية الدار البيضاء

يسمح باستعمال حاسبة غير قابلة للبرمجة

### التمرين 1 (1.5 نقطة)

أحسب التكاملين التاليين:  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$  (بالأجزاء) و  $J = \int_0^1 \frac{x}{x^2 + x + 1} dx$

### التمرين 2 (3 نقط)

نعتبر في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $(E): z^2 + [2 + i(1 - \sqrt{3})]z + 1 + \sqrt{3} + i(1 - \sqrt{3}) = 0$

1- تحقق أن  $z_1 = -1 - i$  حل للمعادلة  $(E)$  و استنتج الحل الاخر  $z_2$  للمعادلة  $(E)$

2- أكتب  $z_1$  و  $z_2$  على شكلهما المثلثي

3- نضع  $Z = \frac{z_1}{z_2}$

أكتب  $Z$  على الشكلين الجبري و المثلثي و استنتج قيمتي  $\sin \frac{7\pi}{12}$  و  $\cos \frac{7\pi}{12}$

### التمرين 3 (3 نقط)

نعتبر  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  و  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بمايلي

$$b \in \mathbb{R} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = u_n - b \quad \text{و} \quad a \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 1336 \end{cases}$$

1- حدد  $b$  إذا علمت أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية هندسية ثم حدد أساسها و حدها الأول بدلالة  $a$

2- باستعمال قيمة  $b$  المحصل عليها في (1) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  و  $a$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

ثم استنتج تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

3- أحسب  $S_n = \sum_{i=0}^{n-1} u_i$  و أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  (بحيث  $b$  المحصل عليها في (1))

### التمرين 4 (1.5 نقطة)

يحتوي كيس على ثلاث أقراص حمراء و قرصين بيضاويين غير قابلة للتمييز باللمس.

نسحب بالتتابع وبدون احلال 5 أقراص من الكيس.

ليكن  $X$  المتغير العشوائي يربط كل امكانية بعدد الأقراص البيضاء قبل سحب أول قرص أحمر

ما هو قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ؟

**التمرين 5 (4.50 نقطة)**

في الفضاء  $(E)$  منسوب الى معلم متعامد ممنظم  $R = (O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

نعتبر المستقيم  $(D): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases} / t \in \mathbb{R}$  و  $(L)$  المستقيم المار من  $A(1; 2; 1)$  و الموجه

بالمتجهة  $\vec{u}(1; 0; 2)$

1- بين أن  $(D)$  و  $(L)$  غير مستوائيين

2- نعتبر  $(P)$  المستوى الذي يتضمن المستقيم  $(D)$  و الموازي لـ  $(L)$

أ) بين أن معادلة ديكارتية للمستوى  $(P)$

ب) حدد مسافة  $A$  الى المستوى  $(P)$  :  $d(A; (P))$

3- حدد  $d(A; (D))$

4- أ) حدد معادلة ديكارتية للفلكة  $(S)$  الذي أحد أقطارها  $[AB]$  حيث  $B(1; -2; 1)$

ب) بين أن تقاطع  $(S)$  و  $(P)$  عبارة عن دائرة محددًا مركزها وشعاعها

**التمرين 6 (8 نقطة)**

(I) - نعتبر  $g$  الدالة العددية لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي :  $g(x) = (x-1)e^x + 1$

1- أدرس تغيرات  $g$

2- استنتج أن  $g(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

(II) - نعتبر  $f$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة بما يلي :

و  $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في م.م.م  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  
$$\begin{cases} f(x) = (2x-3)e^{2x} + 4e^x - 1 & ; x \leq 0 \\ f(x) = x \ln \sqrt{x} & ; x > 0 \end{cases}$$

1- بين أن  $D_f = \mathbb{R}$  ثم أدرس اتصال  $f$  في  $0$

2- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم استنتج الفرعين اللانهائيين للمنحنى  $(C_f)$

3- أدرس قابلية اشتقاق  $f$  في  $0$  ثم أعط تأويلا مبيانيا للنتيجة

4- بين أن  $\forall x \in \mathbb{R}^- \quad f'(x) = 4e^x g(x)$  و أحسب  $f'(x)$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}_+^*$

ثم أعط جدول تغيرات  $f$

5- أ) حدد معادلة المماس للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الأفصول 1

ب) حدد تقاطع  $(C_f)$  و المستقيم ذا المعادلة  $y = x$

ج) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  ( نقبل أن لـ  $(C_f)$  نقطة انعطاف عند نقطة أفصولها  $x_0$  ،  $x_0 \in ]-3; -1[$  )

6- بين أن  $h$  قصور  $f$  على  $I = [e^2; +\infty[$  تقابل من  $I$  نحو مجال  $J$  ينبغي تحديده

ثم أنشئ بلون مغاير منحنى  $h^{-1}$  في نفس المعلم.