



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الإستدراكية 2012

| | | | | |
|---|-------------|---|-----------|--------------------|
| 7 | المعامل | NS22 | الرياضيات | المادة |
| 3 | مدة الأنجاز | شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها | | الشعب(ة) أو المسلك |

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير قابلة للبرمجة ،
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ،
- عدد الصفحات: 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان)،
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ،
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ،
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

معلومات خاصة

يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي :

| النقطة الممنوحة | المجال | التمرين |
|-----------------|------------------------|----------------|
| 3 ن | الهندسة الفضائية | التمرين الأول |
| 3 ن | الأعداد العقدية | التمرين الثاني |
| 3 ن | المتتاليات العددية | التمرين الثالث |
| 3 ن | حساب الاحتمالات | التمرين الرابع |
| 8 ن | دراسة دالة وحساب تكامل | التمرين الخامس |

بالنسبة للتمرين الخامس، \ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

الموضوع

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $B(0,0,-3)$ و $A(-3,0,0)$ و $C(0,2,-2)$ والفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,1,1)$ وشعاعها هو 3

1) أ- بين أن $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ ثم استنتج أن $2x - y + 2z + 6 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) 1.25

ب- احسب المسافة $d(\Omega, (ABC))$ واستنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) 0.75

2) ليكن (D) المستقيم المار من Ω والعمودي على المستوى (ABC)

أ - بين أن : $(t \in \mathbb{R})$ $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ تمثيل بارامترى للمستقيم (D) . 0.5

ب - بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تماس المستوى (ABC) والفلكة (S) هو $(-1, 2, -1)$. 0.5

التمرين الثاني : (3 ن)

نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي

أحاطها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = 2 - i$ و $b = 6 - 7i$ و $c = 8 + 3i$

1) أ- بين أن : $\frac{c-a}{b-a} = i$ 0.75

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A . 0.75

2) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة بالدوران R الذي مركزه النقطة Ω

منتصف القطعة $[BC]$ وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ 0.5

أ - تحقق من أن لحق النقطة Ω هو $\omega = 7 - 2i$

ب - بين أن : $z' = -iz + 9 + 5i$

ج - بين أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R 0.25

التمرين الثالث : (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{3u_n + 4}$ لكل n من \mathbb{N} .

1) بين بالترجع أن : $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

2) نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ لكل n من \mathbb{N} .

أ- تحقق من أن : $1 - v_n = \frac{2}{u_n + 1}$ لكل n من \mathbb{N} واستنتج أن $1 - v_n > 0$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

ب- بين أن : $u_n = \frac{1 + v_n}{1 - v_n}$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

3) أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{7}$ و أكتب (v_n) بدلالة n . 1

ب - بين أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) . 0.5

التمرين الرابع : (3 ن)

يحتوي صندوق على خمس كرات حمراء وأربع كرات بيضاء وثلاث كرات خضراء (نعتبر أنه لا يمكن التمييز الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

(1) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء هو $\frac{1}{22}$ 1

(2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{3}{44}$ 1

(3) بين أن احتمال الحصول على كرة حمراء واحدة على الأقل هو $\frac{37}{44}$ 1

التمرين الخامس : (8 ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بمايلي : $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

و (C) المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) بين أن $f(-x) = -f(x)$ لكل x من IR واستنتج أن النقطة O مركز تماثل للمنحنى (C) 0.75

(2) تحقق من أن : $f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ لكل x من IR 0.5

(يستحسن استعمال هذه الصيغة ل $f(x)$ لمعالجة الأسئلة الموالية)

(3) أ- بين أن : $f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ لكل x من IR وتحقق من أن : $f'(0) = \frac{3}{2}$ 1.25

ب- بين أن الدالة f تزايدية على IR 0.5

ج- بين أن $y = \frac{3}{2}x$ هي معادلة ديكارتية للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O 0.5

(4) أ- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 0.5

ب - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x+1)]$ واستنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x+1$ مقارب للمنحنى 0.5

(C) بجوار $+\infty$

ج - بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (D) 0.25

(5) أنشئ المستقيمين (D) و (T) والمنحنى (C) (نذكر أن O هو مركز تماثل للمنحنى (C)) 1.5

(6) أ- بين أن الدالة $H : x \mapsto x - \ln(e^x + 1)$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}$ على IR 0.75

ب - استنتج أن : $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + 1} dx = \ln 4 - \ln 3$ 0.5

ج- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (D) والمستقيمين اللذين 0.5

معادلتاهما $x = \ln 2$ و $x = 0$