وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي الأكاديمية الجهوية لمراكش تانسيفت الحوز ثانويـــــة سحنـــــون مراكـــــش المـــــنارة	الامتحـــان التجريبـــي مــــارس 2005 المــــادة : الريـــاضيــــات الشعبـــة : العلـــوم التجريبيـــة المستـوى : الثانيـــة بكالوريـــا	$\frac{1}{2}$ مدة الإنجاز 3h المعامل 7

التمرين الأول (3ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحيث : $\begin{cases} u_0 = 1 \quad ; \quad u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{1}{9}u_{n-1} \end{cases}$ ، نضع $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = 3^n u_n$

1) بين بالترجع أنه : لكل $n \in \mathbb{N}^*$ ، $v_n - v_{n-1} = 5$

2) احسب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

3) نضع $S = v_0 + v_1 + ... + v_n$ احسب S بدلالة n

التمرين الثاني (3ن)

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط الآتية:

A(2,0,2) ، B(1,-1,3) ، C(0,-2,1) .

1) احسب $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

2) حدد معادلة ديكارتية للمستوى ABC

3) أعط معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها A وتقطع ABC حسب الدائرة التي مركزها B وشعاعها 2 .

التمرين الثالث (4ن)

1) احسب $(2+i)^2$ ثم استنتج الجذرين المربعين للعدد العقدي $\Delta = 12 + 16i$

2) بين أن المعادلة : $z \in \mathbb{C}, z^3 - (4+4i)z^2 - (2-8i)z + 12 = 0$ (E) تقبل حلا حقيقيا يجب تحديده.

3) حل المعادلة (E)

4) نضع : $z_0 = 2, z_1 = -1+i, z_2 = 3+3i$

أ) اكتب على الشكل المثلثي z_0 ، z_1 ، z_2

ب) بين أنه : $\frac{z_0 - z_2}{z_0 - z_1} = -i$

5) لتكن M_0, M_1, M_2 صور z_0, z_1, z_2 على التوالي في المستوى العقدي ، بين أن المثلث $M_0M_1M_2$ متساوي الساقين وقائم الزاوية.

التمرين الرابع (10 ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ حيث:

$f(x)=x\ \ln(1+\frac{1}{x^2})$ إذا كان $x>0$ و $f(0)=0$

نرمز ب (C) للتمثيل المبياني للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

(الوحدة 5cm)

الجزء A (4 ن)

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ حيث :

$$g(x)=\ln(1+\frac{1}{x^2})-\frac{2}{x^2+1}$$

1- a) بين أن $g'(x)=\frac{2(x^2-1)}{x(x^2+1)^2}$ لكل $x\in\ ]0,+\infty[$

b) ادرس إشارة $g'(x)$ حسب قيم x

2- ادرس نهايتي g عند 0 وعند $+\infty$

3- a) أنشئ جدول تغيرات g

b) استنتج أن المعادلة g(x)=0 تقبل حلا وحيدا α حيث $0,5<\alpha<0,6$

4- استنتج إشارة g(x) على المجال $]0,+\infty[$

الجزء B (4 ن)

1- بين أنه لكل $x\in\ ]0,+\infty[$ لدينا $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج تغيرات f على $]0,+\infty[$

2- a) احسب نهاية $xf(x)$ عندما تؤول x إلى $+\infty$ (يمكن وضع $t=\frac{1}{x^2}$)

b) استنتج أن $f(x)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$

3- a) بين أن $x\ \ln(1+\frac{1}{x^2})$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى 0^+ (يمكن كتابة $x\ \ln(1+\frac{1}{x^2})=x\ \ln(x^2+1)-2x\ \ln x$)

b) ادرس قابلية اشتقاق f في 0 ثم أول النتيجة المحصل عليها هندسيا.

4- أنشئ جدول تغيرات f

5- ارسم (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (نقبل أن $f(\alpha)\simeq f(0,5)\simeq 0,80$)

الجزء C (2 ن)

ليكن λ عددا حقيقيا من المجال $]0,1]$

1- باستعمال المكاملة بالأجزاء ، احسب $j_\lambda=\int_\lambda^1 f(x)dx$ ثم بين أن $\lim_{\lambda\to 0} j_\lambda=\ln 2$

2- نقبل أن هذه النهاية هي مساحة جزء المستوى المكون من مجموعة النقط ذات الإحداثيتين (x,y) والتي تحقق: $\begin{cases}0\le x\le 1\\ 0\le x\le f(x)\end{cases}$ ، استنتج قيمة هذه المساحة ب cm^2