

1	الصفحة	الامتحان التجريبي – دورة مارس 2008	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي أكاديمية الشاوية ورديفة نيابة خريبكة ثانوية يوسف بن تاشفين التأهيلية
2		الرياضيات	
3h	مدة الإنجاز	الشعبة : علوم الحياة و الارض – علوم الفيزياء و الكيمياء	
(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير القابلة للبرمجة)			
<u>التمرين الأول :</u> (خمس نقط)			
<p>I. لتكن u الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي : $u(x) = e^{-x} + x - 1$</p>			
		(1) أثبت أن الدالة u تزايدية على المجال $[0; +\infty[$	0,5
		(2) استنتج أنه لكل x من $[0; +\infty[$: $0 \leq 1 - e^{-x} \leq x$	0,5
<p>II. لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي :</p> $\begin{cases} u_0 = 1 - \frac{1}{e} \\ u_{n+1} = 1 - \sqrt{1 - u_n} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$			
		(1) أثبت أنه لكل n من \mathbb{N} : $0 < u_n < 1$	0,5
		(2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية و استنتج أنها متقاربة	1
		(3) نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \ln(1 - u_n)$	
		أ- أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هندسية محددًا أساسها و حدها الأول	0,5
		ب- حدد v_n بدلالة n و استنتج أن : $u_n = 1 - e^{-\left(\frac{1}{2}\right)^n}$ لكل n من \mathbb{N}	1
		ج- باستعمال نتيجة السؤال 1- 2 , أثبت أنه لكل n من \mathbb{N} : $0 \leq u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$	1
<u>التمرين الثاني :</u> (ثلاث نقط)			
<p>نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $(E) \quad z^2 - 2z + 4 = 0$</p> <p>نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\Im m(z_1) > 0$</p>			
		(1) أ- حدد z_1 و z_2	0,5
		ب- اعط الشكل المثلثي لكل من العددين z_1 و z_2	
<p>(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ النقطتين A و B اللتان لحقاها على التوالي</p>			
		z_1 و z_2 و النقطة C بحيث : $\vec{OC} = -2(\vec{OA} + \vec{OB})$	1
		أ- حدد z_3 لحق النقطة C ثم أنشئ النقط A و B و C	1
		ب- بين أن المثلث ABC متساوي الأضلاع	0,5
←			

التمرين الثالث : (نقطتان)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 و 1 و 1 و 1 و ثلاث كرات سوداء تحمل الأرقام 0 و 1 و 1
نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس
نعتبر الأحداث :

A : « سحب كرتين تحملان نفس الرقم »

B : « جداء رقمي الكرتين المسحوبتين يساوي 0 »

C : « سحب كرة واحدة بالضبط بيضاء و تحمل الرقم 1 »

(1) احسب احتمال كل من الحدثين A و B

(2) بين أن احتمال الحدث C يساوي $\frac{4}{7}$

1

1

التمرين الرابع : مسألة (عشر نقطة)

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي : $f(x) = x + \ln|e^x - 1|$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ- بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي \mathbb{R}^* 0,5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا 1

ج- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 1

(2) أ- بين أن المستقيم الذي معادلته : $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$ 1

ب- بين أنه لكل x من $]0; +\infty[$: $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{1}{e^x}\right)$ ثم حدد طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ 1,5

(3) أ- بين أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x - 1}$ 1

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f 1

(4) حدد تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم الذي معادلته : $y = x$ 0,5

(5) ارسم المنحنى (C_f) (نأخذ : $\ln 2 \approx 0,7$) 01

(6) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I =]0; +\infty[$ 1,5

أ- بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J ينبغي تحديده

ب- تحقق من أن : $g(x) = \ln(e^{2x} - e^x)$ لكل x من I ثم حدد الدالة العكسية للدالة g

ج- أنشئ منحنى الدالة g^{-1} في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$