ثا نوية أبي العباس السبتي **الامتحان التجريبي أبريل 2010**

مراكش المنارة **المادة ؛ الرياضيات المدة (3ساعات)**

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

تمرين 1 (4.5نقطة)

نعتبر الحدودية : $z \in \mathbb{C}\ ;\ P(z) = z^3 - (4+i)z^2 + (13+4i)z - 13i$

1) أ - بين أن المعادلة $E : P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا و حدده 1

ب - حددالعددان الحقيقيان a **و** b **بحيث** $\forall z \in \mathbb{C}\ ;\ P(z) = (z-i)(z^2 + az + b)$. 0.5

2) - حل في $\mathbb{C}$ **المعادلة** $(z^2 - 4z + 13 = 0)$ **:ثم استنتج حل المعادلة** $(E) : P(z) = 0$ 1

3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{u}, \vec{v})$ **، نعتبر النقط** A **و** B **و** C

التي أ لحقاها على التوالي.هي $z_A = i$ **و** $z_B = 2+3i$ **و** $z_C = 2-3i$

أ – أنشئ النقط A **و** B **و** C 0.5

ب – ليكن R **الدوران الذي مركزه** B **و زاويته** $\frac{\pi}{4}$ 0.5

حدد z_D **لحق النقطة** D **صورة النقطة** A **بالدوران** R

ج- بين أن النقط D **و** B **و** C **مستقيمية** 0.5

د - حدد التمثيل العقدى للتحاكى h **الذى مركزه** B **ويحول** C **الى** D 0.5

تمرين 2(4.5نقطة)

صندوق U **يحتوى على كرات حمراء وكرات خضراء حيث عدد الكرات الخضراء هو نصف عدد الكرات الحمراء** 40% **من الكرات الحمراء و** 60% **من الكرات الخضراء مكتوب عليها رقم 1 وباقي الكرات مكتوب عليها رقم0**

1) – نختار بطريقة عشوائية كرة واحدة من الصندوق U

نعتبر الأحداث التالية R **(اختيار كرة حمراء)**

V **(اختيار كرة خضراء)**

B **(اختيار كرة حمراء تحمل رقم1)**

أ - بين أن $p(R) = \frac{2}{3}$ **و** $p(V) = \frac{1}{3}$ **و** $p(B) = \frac{4}{15}$ 0.75

ب - علما أن الكرة المسحوبة تحمل رقم 1 ما هو احتمال أن تكون حمراء 0.5

2) نعتبر التجربة العشوائية التالية يسحب حمزة بالتتابع وباحلال 5 كرات من الصندوق

وليكن X **المتغير العشوائى المرتبط بعدد الكرات الخضراء المحصل عليها**

أ - حدد مجموعة قيم X 0.5

ب - حدد قانون احتمال X 01

ج - أحسب $E(X)$ **و** $V(X)$ **و** $\sigma(X)$ **(لاحظ أن** X **متغير عشوائى حدانى)** 0.75

3) – يعتبر حمزة ناجحا اذا حصل على الأقل على 4 كرات خضراء 01

ما هو احتمال نجاح حمزة

ثا نوية أبي العباس السبتي مراكش المنارة	الامتحان التجريبي أبريل 2010 المادة ؛ الرياضيات المدة (3ساعات)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

مسألة(11نقطة)

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على $]1,+\infty[$ بما يلي : $\forall x \succ 1 \; ; \; g(x) = 2x-(x-1)\ln(x-1)$

1) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 1^+} g(x)$ (ندكر أن $\lim\limits_{x\to 0^+} t\ln(t)=0$) 0.5

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = -\infty$ 0.5

2) أ - بين أن $\forall x \in]1,+\infty[: g'(x) = 1-\ln(x-1)$ 0.5

ب- أدرس اشارة $g'(x)$ على المجال $]1,+\infty[$ ثم اعط جدول تغيرات الدالة g 0.5

3) أ- بين أن بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[e+1,e^3+1\right]$ 0.5

ب- استنتج اشارة $g(x)$ على كل من المجالين $]1,\alpha[$ و $]\alpha,+\infty[$ 0.5

الجزء الثانى

1) نعتبر الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ بما يلي $\forall x \succ 1 \; ; \; h(x) = \dfrac{\ln(x^2-1)}{x}$

أ - أحسب $\lim\limits_{x\to 1^+} h(x)$ وبين أن $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x) = 0$ 01

ب- أحسب $h'(x)$ لكل x من المجال $]1,+\infty[$ واستنتج أن اشارة $h'(x)$ هي اشارة $g\left(x^2\right)$ على المجال $]1,+\infty[$ 01

2) استنتج أن الدالة h تزايدية قطعا على المجال $]1,\sqrt{\alpha}[$ 0.5

وأن الدالة h تناقصية قطعا على المجال $]\sqrt{\alpha},+\infty[$

الجزء الثالث

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي $\forall x \succ 0 \; ; \; f(x) = \dfrac{\ln(e^{2x}-1)}{e^x}$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) أ - تحقق من أن $\forall x \succ 0 \; ; \; f(x) = h(e^x)$ 0.5

ب- استنتج أن $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 0$ 0.5

2) أ – بين أن أن الدالة f تقبل قيمة قصوى من أجل $x_0 = \ln(\sqrt{\alpha})$ 0.5

3) بين أن $\forall x \in]0,+\infty[\; ; f(x) \le \dfrac{2\sqrt{\alpha}}{\alpha-1}$ 0.5

4) اعط جدول تغيرات الدالة f 0.5

5) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن $\alpha = 10,2$ و $\ln(\sqrt{\alpha}) = 1,2$ و $f(\ln(\sqrt{\alpha})) = 0,7$) 01

6)- أ- تحقق أن $\forall x \succ 0 \; ; \; f(x) = -f'(x) + \dfrac{e^x}{e^x-1} - \dfrac{e^x}{e^x+1}$ 0.5

ب- استنتج قيمة التكامل $I = \displaystyle\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x)dx$ 0.5

ج- استنتج مساحة الحيز (Δ) المحصور بين (C) والمستقيمات $(y=0)$ و $(x=\ln 2)$ و $(x=\ln 3)$ 0.5

د - بين أن القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[\ln 2,\ln 3]$ هي العدد $\mu = \dfrac{I}{\ln\frac{3}{2}}$ 0.5