



الامتحان التجاري الثاني
الموضوع

7	المعامل:	الرياضيات	المادة:
3س	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم فيزيائية و علوم الحياة و الأرض	الشعب(ة):

التمرين الأول : (3ن)

نعتبر في الفضاء (\mathbb{E}) المنسوب إلى معلم معتمد منظم مباشر $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط : $\mathcal{A}(1,1,-1); \mathcal{B}(2,0,1); \mathcal{C}(3,1,1)$

أ - حدد تمثيلا بارامتريا لمستقيم (\mathcal{AB}) .

0.25

ب - أ - حدد مثلث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ واستنتج مسافة النقطة C عن المستقيم (\mathcal{AB}) .

0.75

ج - بين أن معادلة المستوى (Q) المار من O والموازي ل (\mathcal{ABC}) هي $x - y - z = 0$.

0.5

د - لتكن (S) الفلكة التي معادلتها: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 2z + 9 = 0$

0.5

أ - بين أن مركز الفلكة (S) هو النقطة C وشعاعها هو $R = \sqrt{2}$.

0.5

ب - بين أن المستقيم (\mathcal{AB}) مماس الفلكة (S) ثم حدد نقطة تمسها.

0.5

ج - بين أن الفلكة (S) تقطع المستوى (Q) وفق دائرة يتم تحديد مركزها.

0.5

التمرين الثاني : (3ن)

أ - حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $(E): Z^2 - 8Z + 32 = 0$

1

ب - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم معتمد منظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v})

0.25

النقط $\mathcal{A}(-3i)$ و $\mathcal{B}(7-7i)$ و $\mathcal{C}(4+4i)$

أ - حدد شكل أسيا للعدد.

0.5

ب - أعط الكتابة العقدية للدوران \mathcal{R} الذي مركزه \mathcal{A} وزاويته $\frac{\pi}{2}$

0.5

ت - تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة B بالدوران \mathcal{R} .

0.5

ث - حدد طبيعة المثلث \mathcal{ABC} .

0.5

التمرين الثالث : (3ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء وثلاث كرات سوداء و كرتين حمراوين.

أ - سحب تانيا 3 كرات من الصندوق (جميع الكرات غير قابلة للتمييز باللمس).

أحسب احتمال الأحداث التالية:

أ : " سحب ثلاثة كرات من نفس اللون "

0.5

ب : " سحب كرتين بالضبط لونهما أبيض "

0.5

ج : " سحب كرة بيضاء على الأقل "

0.5

(2) نسحب هذه المرة ،عشوائيا بالتابع وبدون إحلال 3 كرات من الصندوق و ليكن X المتغير العشوائي المرتبط بـ عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X

$$P(X=1) = \frac{1}{2} \quad P(X=0)$$

ب- أحسب $E(X)$ ثم بين أن:

$$E(X) = \frac{2}{3}$$

التمرين الرابع : (2.5ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من \mathbb{N} .

1) بين أن $u_n > 1$ لكل n من \mathbb{N} .

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدالة n .

$$b - \text{بين أن } u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n} \text{ ثم احسب نهاية المتتالية}$$

مسألة : (8.5ن)

I- نعتبر الدالة $g(x) = x - 1 + 2\ln x$ المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ مomialي :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

2) ادرس تغيرات الدالة g واحسب $g'(1)$

$$3) \text{ استنتج أن } (\forall x \in [1; +\infty[) : g(x) \geq 0 \quad \text{و} \quad (\forall x \in]0; 1]) : g(x) \leq 0$$

II- لتكن f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ مomialي : $f(x) = x - 2 + (\ln x)^2 - \ln x$ وليكن (C)

منحنها الممثل في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة $1cm$)

$$f(x) = x \left(1 - \frac{2}{x} + \frac{(\ln x)^2}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) \quad (1) \text{ بين أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$$

$$2) \text{ أحسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$3) \text{ أ- بين ان لكل } x \text{ من المجال } [0; +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{x}$$

ب- استنتاج منحنى تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها.

$$4) \text{ بين أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1 \quad \text{ثم احسب } \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) \quad \text{و أعط تأويلا للنتيجة المحصل عليها.}$$

$$5) \text{ ادرس الوضع النسبي للمنحنى } (C) \text{ و المستقيم } (\Delta) \text{ الذي معادلته } y = x$$

- . . 5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين $\alpha < 1$ و $\beta > 1$ حيث $\alpha < \beta$ حيث $2 < \beta < \frac{9}{4}$ و $\frac{1}{e} < \alpha < 1$ 0.5
- 6) اثبت أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف I يتم تحديد زوج إحداثياتها 0.5
- 7) بين أن $x_0 = e^{\frac{1}{2}}$ هي معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الاقصوى $y = x - \frac{9}{4}$ 0.25
- 8) أنشئ (Δ) و (T) و (C) 0.5
- 9) باستعمال متكاملة بالأجزاء بين أن : $I = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \ln(x) dx = e^2 + \frac{2}{e}$ 0.5
- 10) بين أن الدالة h المعرفة بـ : $h(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$ أصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$ على المجال $[0; +\infty[$ 0.5
- 11) أحسب مساحة الحيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلاتها $x = \frac{1}{e}$ و $x = e^2$ 0.75