المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين جهة سوس ماسة درعة **نيابة أكادير إداوتنان**	الامتحان التجريبي ماي 2011 مادة : الرياضيات	الشعب : العلوم الرياضية أ و ب المسالك : السنة الثانية من سلك الباكلوريا مدة الانجاز : 4ساعات المعامل :9	

استعمال المحسبة غير القابلة للبرمجة مسموح به

النقطة	
	تمرين1(3.5)
	نعتبر المجموعة G $G=\{M(a,b)\in M_2(\mathbb{R})/\exists(a,b)\in\mathbb{R}^2, M(a,b)=\}$.
0.5	1. بين أن $(G,+)$ زمرة جزئية للزمرة $(M_2(\mathbb{R}),+)$ التبادلية .
0.25	2. بين أن G جزء مستقر في $(M_2(\mathbb{R}),\times)$.
	3. ليكن h التطبيق المعرف من G^* نحو $\mathbb{C}^*$ حيث $G^*=G\setminus\{\ \}$ بمايلي $(\forall M(a,b)\in G^*)\quad h(M(a,b))=a-b+ib\sqrt{2}$
0.5	أ. بين أن h تقابل وحدد تقابله العكسي h^{-1}
0.25	ب. بين أن G^* جزء مستقر ل $(G,\times)$.
0.5	ت. بين أن h تشاكل من $(G^*,\times)$ نحو $(\mathbb{C}^*,\times)$ ثم استنتج بنية $(G^*,\times)$.
0.5	4. أ. بين أن $(G,+,\times)$ جسم تبادلي
0.5	ب. ليكن $M(a,b)\in G^*$ حدد مقلوب $M(a,b)$.
0.5	ت. حل في G^* المعادلة $M(a,b)\times M(a,b)=M(-1,0)$
	تمرين2 (3.5)
	المستوى P منسوب الى معلم متعامد و ممنظم $(o,\vec{u},\vec{v})$ لتكن A و B نقطتين الحاقهما a و1 على التوالي حيث a عدد عقدي يخالف1 . ليكن f التطبيق من $P\setminus\{B\}$ نحو P الدي يربط كل نقطة M دات الحقz بالنقطة M' دات الحق z' بحيث $z'=\dfrac{z-a}{z-1}$.
0.25	1. بين أن f(M)=M اداوفقط ادا كان z حلا للمعادلة $(E);z^2-2z+a=0$
	2 . في هدا السؤال نضع a=-1
0.5	أ. بين أن $(\vec{u},\overrightarrow{BM})+(\vec{u},\overrightarrow{BM'})\equiv 0(2\pi)$.
0.5	ب. استنتج أن نصف المستقيم $[BA)$ هو منصف الزاوية $(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BM'})$.
0.25	ت. بين أن z' تخيلي صرفا ادا وفقط ادا كان $\|z\|=1$
0.5	ث. استنتج طريقة لأنشاء النقطة M' على الدائرة المثلثية المحرومة من B .
0.5	3 . أ. نفترض ان $a=1+e^{i\theta}$ حيث $\theta\in\left]\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right[$ حل المعادلة(E) .
1	ب. أكتب الحلول على شكلها المثلثي .
	تمرين 3(3نقط)
	I) ليكن a وb عدد ين من المجموعة $\mathbb{Z}^*$.

1. بين أن مهما يكن n من المجمو عة $\mathbb{N}$ ، العدد $ab(a^n-b^n)$ عدد زوجي .	0.5
2. ليكن n عددا صحيحا طبيعيا زوجيا .	
أ. بين أنه ادا كان العدد 3 لا يقسم العدد a و لايقسم العدد b فإن $a^n-b^n\equiv 0[3]$.	0.5
ب. استنتج أن $ab(a^n-b^n)\equiv 0[3]$.	0.25
(II ليكن n عددا من $\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$ ، و α عددا صحيحا طبيعيا أوليا بحيث $\overline{\alpha\alpha\alpha\alpha}_{(n)}=2000$.	
1. بين أن العددين n و n^2+n+1 اوليان فيما بينهما .	0.25
2. حدد القيم الممكنة للعدد α .	0.5
3. بين أن $\alpha\neq 2$.	0.5
4. استنتج قيم n .	0.5
مسألة	
<u>مسألة(10 نقط)</u>	
<u>الجزء الأول</u>	
لتكن f الدالة العد دية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x)=\dfrac{2}{e^x+e^{-x}}$. و C هو منحنا ها الممثل في معلم متعامد وممنظم $(o,\vec{i},\vec{j})$.	
1. أ. ادرس تغيرات f .	**0.75**
ب. استنتج أن $\forall x\in\mathbb{R}\quad 0\prec f(x)\leq 1$.	**0.25**
2. ارسم C	**0.5**
3. نعتبر الدالة g المعرفة على $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ بما يلي $g(x)=\ln(tg(x))$.	
أ. بين أن g قابلة لاشتقاق على $\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$ و حدد $g'(x)$ حيث $x\in\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$.	**0.5**
ب. بيت أن g تقبل د الة عكسية h معرفة على $\mathbb{R}$ وأ حسب $h(0)$.	**0.5**
ت. بين أن h قابلة للا شتقاق على $\mathbb{R}$ وأن $\forall x\in\mathbb{R}\quad 2h'(x)=f(x)$.	**0.5**
ث. استنتج أن $\forall x\in\mathbb{R}\ \displaystyle\int_0^x f(t)dt=2h(x)-\frac{\pi}{2}$.	**0.25**
<u>الجزء الثاني</u>	
ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم و F_n الدالة المعرفة على $[0,+\infty[$ بمايلي $F_n(x)=\displaystyle\int_0^x f^n(t)dt$	
1. أ.عبر عن $F_1(x)$ بدلالة $h(x)$ وبين أن $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}F_1(x)=\frac{\pi}{2}$.	**0.25**
ب.نعتبر الدالة العددية K المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي $K(t)=\dfrac{e^t-e^{-t}}{e^t+e^{-t}}$ بين أن $K'(t)=f^2(t)$. استنتج $F_2(x)$ وبين أن $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}F_2(x)=1$.	**0.5**
2. أ. بين أن صورة المجال $[0,+\infty[$ بالدلة F_n هي المجال $\left[0,\displaystyle\lim_{x\to+\infty}F_n\right[$.	**0.5**
ب . تحقق من أن $\forall t\in[0,+\infty[\ f(t)\prec 2e^{-t}$.	**0.25**
ت. استنتج باستعمال الجزء الأول 1).أ.)أن $(\forall x\in[0,+\infty[)(F_n(t)\leq 2)$	**0.25**
وأن $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}F_n(x)$ منتهية.	**0.5**
ث. تحقق من أن $\forall t\in[0,+\infty[\ f(t)\geq e^{-t}$. بين أن $\dfrac{1-e^{-nx}}{n}\leq F_n(x)\quad \forall x\in[0,+\infty[$	**0.75**

استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} F_n(x)$ غير منعدمة.	
3. لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بمايلي $u_n=\lim\limits_{x\to+\infty} F_n(x)$.	
أ. احسب u_1 و u_2 .	0.25
ب. بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*\ \ \forall t\in\left[0,+\infty\right[\ f^{n-1}(t)f'(t)K(t)=f^{n+2}(t)-f^{n}(t)$. (لاحظ أن $(4-(e^{t}+e^{-t})^2=-(e^{t}-e^{-t})^2$)	0.5
ت. باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن $\forall n\in\mathbb{N}^*\ \ \forall x\in\left[0,+\infty\right[\ \int_0^x f^{n-1}(t)f'(t)k(t)dt=\frac{1}{n}K(x)f^{n}(x)-\frac{1}{n}\int_0^x f^{n+2}(t)dt$.	0.5
ج. استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}^*\ \ \forall x\in\left[0,+\infty\right[: (n+1)F_{n+2}(x)-nF_n(x)=K(x)f^{n}(x)$.	0.5
ح. بين أن $u_{n+2}=\frac{n}{n+1}u_n$	0.5
4. أ. ليكن n عددا صحيحا طبيعيا عبر عن u_{2n+1} و u_{2n+2} بدلا لة n .	0.5
ب. بين أن $\frac{2n}{2n+1}\le\frac{u_{2n+2}}{u_{2n+1}}\le 1$ $\forall n\in\mathbb{N}$.	0.5
استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{u_{2n+2}}{u_{2n+1}}$.	0.25
ج. ت. بين أن $\lim\limits_{n\to+\infty}[(\frac{2\times4\times6......\times(2n)}{3\times5\times...........(2n-1)})^2\times\frac{2}{2n+1}]=\pi$.	0.5