ثانوية الخوارزمي التأهيلية أيت عميرة نيابة شتوكة أيت باها	الامتحان التجريبي لمادة الرياضيات السنة الثانية باكلوريا ع.ح.أ و ع. ف دورة أبريل 2009	مدة الانجاز : 3 ساعات المعامل: 7

التنقيط

يمكن استعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول (3 ن) :

نعتبر المتتالية العددية $\left(U_n\right)$ المعرفة بمايلي:

$$\begin{cases} U_0 = 4 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(U_n + \dfrac{9}{U_n}\right) \end{cases} \quad ; \ \forall n \in \mathbb{N}$$

1) بين أن $\left(U_n\right)$ مصغورة بالعدد 3. — 0,75

2) أدرس رتابة المتتالية $\left(U_n\right)$. — 0,75

3) بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N} ; \quad U_n - 3 \leq \dfrac{1}{2^n}$ — 1

4) استنتج نهاية المتتالية $\left(U_n\right)$. — 0,5

التمرين الثاني (6 ن):

المستوى العقدي $\left(P\right)$ منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ حيث $\left\|\vec{u}\right\| = \left\|\vec{v}\right\| = 2cm$.

1) نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(E\right) : \ z^2 - 6z + 13 = 0$. وليكن z_1 و z_2 حلي $\left(E\right)$ حيث $\mathrm{Im}(z_1) > 0$

أ - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $\left(E\right)$. — 0,75

ب – حدد الشكل المثلثي للعددين $\left(z_1 - 1\right)$ و $\left(z_2 - i\right)$. — 0,5

2) نعتبر النقطتين $A\left(i\right)$ و $B\left(2\right)$ من المستوى $\left(P\right)$.

أ – حدد لحق النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$. — 0, 5

ب – حدد لحق النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{4}$. — 0, 5

ج – مثل النقط A و B و B' في المعلم $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$. — 0, 5

3) ليكن f التطبيق من المستوى $\left(P\right)$ نحو المستوى $\left(P\right)$ والذي يربط كل نقطة $M\left(z\right)$ بالنقطة $M\left(z'\right)$ حيث: $z' = (1+i)z + 1$.

أ - بين أن B' هي صورة النقطة B بالتطبيق f. — 0,5

ب – بين أن A هي النقطة الصامدة الوحيدة بالتطبيق f. — 0,5

ج - بين أن: $\forall z \in \mathbb{C} - \left\{i\right\} : \dfrac{z' - z}{i - z} = -i$. أول النتيجة هندسيا باستعمال المسافات و الزوايا. — 0,75

د – استنتج طريقة لإنشاء النقطة M' صورة M بالتطبيق f حيث $M \neq A$. — 0,5

4) لتكن $\left(C\right)$ مجموعة النقط $M\left(z\right)$ والتي تحقق : $\left|z - 2\right| = \sqrt{2}$.

أ – حدد المجموعة $\left(C\right)$. — 0,25

ب – بين أن: $\forall z \in \mathbb{C} : \ z' - 3 - 2i = (1+i)(z - 2)$. ثم استنتج أنه إذا كانت M نقطة من المجموعة $\left(C\right)$ فإن M' صورتها بالتطبيق f تنتمي إلى دائرة $\left(C'\right)$ محددا شعاع ومركزا لدائرة $\left(C'\right)$. — 0,75

التمرين الثالث (2,25 ن):

نعتبر التكاملين: $I=\int_0^{\ln 2}\frac{e^{2x}}{e^x+1}dx$ و $J=\int_0^{\ln 2}e^x\ln(e^x+1)dx$.

1) أ – تحقق أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ :\ \frac{e^{2x}}{e^x+1}=e^x-1+\frac{1}{e^x+1}$. 0,2 5

ج – بين الدالة $x\mapsto\ln(\frac{e^x}{e^x+1})$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$. 0,5

ب - أحسب العدد I . 0,75

2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب J . 0,75

التمرين الرابع (8,75 ن):

I – نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كالتالي: $g(x)=2\ln(\frac{x+1}{x})-\frac{1}{x+1}$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)$ 0,5

2) أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^{+*}\ ,\ g'(x)=\frac{-(x+2)}{x(x+1)^2}$ 0,5

ب – ضع جدول تغيرات g على المجال $]0;+\infty[$. 0,25

ج – استنتج أن $\forall x\in]0;+\infty[\ ;\ g(x)>0$ 0,25

II – نعتبر الدالة العددية f المعرفة كالتالي :

$$\begin{cases} f(x)=xe^{\frac{1}{x}} & ;\ x<0 \\ f(0)=0 & \\ f(x)=x^2\ln(\frac{x+1}{x}) & ;\ x>0 \end{cases}$$

1) بين أن الدالة f متصلة في $x_0=0$ 0,5

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ (يمكن أن نضع $t=\frac{1}{x}$) ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ 0,5 0,5

3) أحسب $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{f(x)}{x}$ وأول النتيجة هندسيا. 1

4) أ- بين أن: $\forall x\in]-\infty;0[\ ;\ f'(x)=(\frac{x-1}{x})e^{\frac{1}{x}}$. 0,5

و أن: $\forall x\in]0;+\infty[\ ;\ f'(x)=xg(x)$. 0,5

ب – ضع جدول تغيرات f على $\mathbb{R}$ 0,5

5) بين أن المستقيم $(\Delta):y=x+1$ مقارب مائل للمنحنى C_f جوار $-\infty$. 0,75

6) نعتبر h قصور f على المجال $I=]-\infty;0[$

أ - بين أن h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة من مجال J نحو I وحدد J . 0,5

ب – نضع $h^{-1}(-1)=\alpha$. أحسب $(h^{-1})'(-1)$ بدلالة العدد α: 0,5

7) أنشئ المنحيين C_f و $C_{h^{-1}}$ في معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. (نقبل أن المستقيم ذو المعادلة $y=x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى C_f بجوار $+\infty$). 1,5