المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الاطرو البحث العلمي نيابة عمالة الحي المحمدي عين السبع **الثانوية التاهيلية الفارابي**	المادة : **الرياضيات** الشعب : **علوم الحياة والارض والعلوم الفيزيائية** المعامل 7 مدة الانجاز :ثلاث ساعات

الامتحان التجريبي للبكالوريا

دورة ماي 2009

يسمح باستعمال الالة الحاسبة الغير القابلة للبرمجة

التمرين الاول(6ن)

المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$

لكل z من $\mathbb{C}$ **نضع** $P\left(z\right)=z^3-3z^2+3z+7$

1- احسب $P\left(-1\right)$ **و** $P\left(i\right)$ — 0.5

2- حدد العددين الحقيقين α و β بحيث $\forall z\in\mathbb{C}:P\left(z\right)=\left(z+1\right)\left(z^2+\alpha z+\beta\right)$ — 1

3-استنتج ان حلول المعادلة $P\left(z\right)=0$ **هي** $z_0=-1$ **و** $z_1=2+i\sqrt{3}$ **و** $z_2=2-i\sqrt{3}$ — 1

4-اكتب على شكل مثلثي كل عدد من الاعداد العقدية التالية $a=z_0+i$ **و** $b=z_1+1$ **و** $c=z_2-1$ — 1

5- لتكن A و Bو Cو D النقط التي الحاقها على التوالي z_0 **و** z_1 **و** z_2 **و** $z_D=3$

أ- احسب المسافات CA; BA و CA . استنتج طبيعة المثلث CBA — 1.25

ب- حدد عمدة العدد العقدي $\frac{z_0-z_1}{z_D-z_1}$ **ثم استنتج طبيعة المثلث BAD** — 1.25

التمرين الثاني (4ن)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1- $A\left(0,1,0\right)$ **و** $B\left(1,1,1\right)$ **و** $C\left(3,-1,2\right)$ **نقط من الفضاء.**

أ-حدد مثلوث احداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ **ثم استنتج ان النقط AوBوC غير مستقيمية** — 0.75

ب- بين ان معادلة ديكارتية للمستوى(P) المار من النقط AوBوC هي $2x+y-2z-1=0$ — 0.25

2- لتكن (S) الفلكة المعرفة بالمعادلة الديكارتية $x^2+y^2+z^2-2x-2y+2z-6=0$ — 0.75

أ-حدد مثلوث احداثيات النقطة Ω مركز الفلكة(S) وشعاعها R — 0.5

ب-احسب $d\left(\Omega,\left(P\right)\right)$ **: مسافة النقطة Ω عن المستوى (P)** — 0.75

ج-استنتج ان المستوى(P)يقطع الفلكة (S) وفق دائرة ينبغي تحديد مركزها و شعاعها

3- ليكن (Q) المستوى المعرف بالمعادلة الديكارتية $x+y+z-3=0$

أ-بين ان المستويين(P)و(Q) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) — 0.5

ب- بين ان $B\in\left(\Delta\right)$ — 0.25

ج-استنتج تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) — 0.25

مسألة (10ن)

الجزء الاول

نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي

$$g(x)=x.\ln(x)-x+1 \quad \text{و} \quad h(x)=x.(\ln x)^2+2x\ln(x)+1$$

1- أ-بين ان $g'(x)=\ln x$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم ادرس تغيرات الدالة g — 0.75

ب- استنتج ان $g(x)\geq 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ — 0.25

2- أ- بين ان $h(x)=g(x)+x\left[\left(\ln(x)+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\right]$ لكل x من $]0,+\infty[$ — 0.25

ب-استنتج ان $h(x)\succ 0$ لكل x من $]0,+\infty[$ — 0.25

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي

$$f(x)=x.(\ln x)^2+\ln(x)+1$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ $\left(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm\right)$

1- أ-احسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$ — 0.5

ب-بين ان $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^2=0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$ و نذكر ان $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x=0$) — 0.5

ج -احسب النهاية $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم اعط تاويلا هندسيا للنتيجة — 0.75

2- أ- بين ان $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ — 0.75

ب- استنتج ان الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$ — 0.25

3- أ-بين ان الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$ — 0.5

ب- بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0,+\infty[$ و ان $\frac{1}{e^2}\prec\alpha\prec\frac{1}{e}$ — 0.75

(نقبل ان $e^2\succ 4$)

ج- بين ان الدالة f^{-1} قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ — 0.25

د-احسب $\left(f^{-1}\right)'\left(\frac{1}{e}\right)$ (لاحظ ان $f\left(\frac{1}{e}\right)=\frac{1}{e}$) — 0.5

4- ليكن (Δ) المستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(1,1)$

أ-بين ان معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) هي : $y=x$ — 0.25

ب- تحقق من ان $f(x)-x=(\ln(x)+1).g(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ — 0.25

ج- ادرس اشارة $f(x)-x$ ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) — 0.75

5-انشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) في نفس المعلم — 1

(نقبل ان المنحنى يقبل نقطة انعطاف افصولها محصور بين $\frac{1}{e}$ و 1)

الجزء الثالث

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1- بين بالترجع ان $(\forall n\in\mathbb{N}):\frac{1}{e}\prec u_n\prec 1$ — 0.5

2-بين ان المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تزايدية (يمكنك استعمال السؤال 4-ج-الجزء الثاني) — 0.5

3- استنتج ان المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم احسب نهايتها — 0.5