الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين لجهة تازة – الحسية – تاونات ثانوية أبي يعقوب البادسي الحسيمـــة	الإمتحـــــان الموحـــد التجريبـــــــي مارس 2009	الصفحة	1 2
		مدة الإنجاز	3H
	المـــــادة : الرياضيــــــــــات	المعامل	7
	الشعبــــة : العلوم الفزيائيـــــة		

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين رقم 1 : (4 نقط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بمايلي :

$$U_0=\int_0^1\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx \quad \text{و} \quad U_n=\int_0^1\frac{x^n}{\sqrt{x^2+1}}dx \qquad \forall n\in \mathbb{N}^*$$

1 – أ – لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $h(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$

1 أحسب $h'(x)$ ثم استنتج U_0 .

0,75 ب – أحسب U_1 .

1 2 – أ – بين أن المتتالية (U_n) تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة.

0,5 ب – بين أنه لكل x من المجال [0 , 1] : $1\le\sqrt{x^2+1}\le\sqrt{2}$

1,75 ج – استنتج أنه لكل $n\ge 1$: $\frac{1}{(n+1)\sqrt{2}}\le U_n\le\frac{1}{n+1}$ ثم حدد نهاية المتتالية (U_n).

التمرين رقم 2 : (4 نقط)

1 – نعتبر في C : $(E):\quad Z^2-8\sqrt{3}Z+64=0$

0,75 حدد z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) .

2 – نضع $a=4\sqrt{3}-4i$ و $b=4\sqrt{3}+4i$

1,25 أكتب a و b على الشكل المثلثي ثم استنتج $\frac{b}{a}$.

3 – في المستوى P المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتين B, A على التوالي لحقاهما a و b .

0,5 أ – حدد طبيعة المثلث OAB.

0,75 ب – حدد زاوية الدوران r الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة O.

0,75 ج – حدد التمثيل العقدي للدوران r ثم استنتج صورة النقطة C(1-i) بالدوران r.

AGOUZAL AHMED

التمرين رقم 3 : (3 نقط)

0,75   1 – أحسب التكامل : $I=\int_1^2 \frac{x}{(x^2+1)}dx$

0,75   2 – حدد دالة أصلية للدالة : $x \to \frac{x}{\left(x^2+1\right)^2}$

1,5   3 – باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب : $J=\int_1^2 \frac{x\ln x}{\left(x^2+1\right)^2}dx$

(لاحظ أن $\frac{1}{x\left(x^2+1\right)}=\frac{1}{x}-\frac{x}{x^2+1}$)

مسألــــــــة (9 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على R كالتالي :

$$f(x)=1-e^x+2\sqrt{1-e^x} \qquad x\le 0$$

$$f(x)=\frac{x^2}{2}\left(\ln(x)-\frac{3}{2}\right) \qquad x>0$$

0,5   1 – أ – أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

0,5   ب – أدرس اتصال f على اليمين و على اليسار في $x_0=0$.

1,25   2 – أ – أدرس قابلية إشتقاق f على اليمين في $x_0=0$ و بين أن $\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)}{x}=-\infty$

ثم أول هندسيا النتيجتين.

1,25   ب – أحسب $f'(x)$ لكل x من $]-\infty,0[$ و لكل x من $]0,+\infty[$.

0,75   ج – إعط جدول تغيرات الدالة f .

0,5   3 – أ – أدرس الفروع اللانهائية ل(C).

0,75   ب – بين أن ل(C) نقطة الإنعطاف أفصولها موجب و حدد إحداثيتيها.

0,75   ج – بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]e,+\infty[$ و تحقق أن $4<\alpha<5$

1,25   4 – أنشئ المنحنى (C) (الوحدة : 1cm) (نأخذ $\ln 5\approx 1,6$ و $\ln 4\approx 1,4$ و $e^2\approx 7,3$ و $e\approx 2,7$).

5 – ليكن g قصور الدالة f على المجال $]-\infty,0]$.

0,25   أ – بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال I يجب تحديده.

0,75   ب – أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من I.

0,5   ج – أنشئ المنحنى (C') الممثل للدالة g^{-1} في نفس المعلم.

AGOUZAL AHMED