

الامتحان التجريبي

دورة: أبريل 2009

مادة: الرياضيات

المستوى: الثانية من سلك البكالوريا

الشعبة: العلوم التجريبية

مسلكي: العلوم الفيزيائية- علوم الحياة والأرض

مدة الانجاز: 3 ساعات

المعامل: 7

1	الصفحة
2	

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول: (3.5 نقط)

1) احسب التكاملين : $I = \int_1^2 \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 dx$ ، $J = \int_1^8 \frac{(1-\sqrt[3]{x})^3}{\sqrt[3]{x^2}} dx$ 1.5

2) أ- تحقق أن : $\frac{2x-1}{x^2(x-1)^2} = \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x^2}$ ، $\forall x \in \mathbb{R}^* - \{1\}$ 0.25

ب- احسب التكامل : $L = \int_2^8 \frac{2x-1}{x^2(x-1)^2} dx$ 0.75

3) باستعمال مكاملة بالأجزاء، احسب التكامل : $K = \int_0^1 x^5 e^{x^3} dx$ 1

التمرين الثاني: (3 نقط)

1) أ- حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ (E) 0.75

ب- اكتب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\text{Im}(z_1) > 0$ على الشكل المثلثي. 0.5

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد منظم (O, \vec{u}, \vec{v}) النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي :

$a = 3 + i\sqrt{3}$ و $b = 1 + i\sqrt{3}$ و $c = 1 - i\sqrt{3}$

أ- بين أن : $\frac{a-b}{c-b} = \frac{\sqrt{3}}{3} i$ 0.5

ب- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية. 0.25

ج- حدد مركز و شعاع الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC. 1

التمرين الثالث: (3.5 نقط)

لنكن المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بمالي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 2} \end{cases}$ ، $\forall n \in \mathbb{N}$

1) أ- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}$ ، $0 \leq u_n \leq \sqrt{3}$ 0.5

ب- بين أن $(u_n)_n$ متتالية تزايدية 0.5

ج- استنتج أن $(u_n)_n$ متقاربة 0.25

2) لنكن $(v_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بمالي: $\forall n \in \mathbb{N}$ ، $v_n = \frac{u_n - \sqrt{3}}{u_n + \sqrt{3}}$

أ- بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $7 - 4\sqrt{3}$ و حدما الأول $\sqrt{3} - 2$ 1

ب- احسب v_n بدلالة n ثم استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}$ ، $u_n = \sqrt{3} \frac{1 - (2 - \sqrt{3})^{2n+1}}{1 + (2 - \sqrt{3})^{2n+1}}$ 1

ج- حدد نهاية المتتالية $(u_n)_n$ 0.25

التمرين الرابع: (10 نقط)

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بمايلي: $g(x) = \frac{1}{x} - 2 \ln(x) - 1$

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 0.75

ب- احسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات g 0.75

(2) احسب $g(1)$ ثم حدد اشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$ 0.75

الجزء الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بمايلي: $\begin{cases} f(x) = x - x^2 \ln(x) & ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 0.5

(2) بين أن f قابلة للاشتقاق في 0 على اليمين 0.5

(3) أ- بين أن $f'(x) = xg(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ 0.75

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f 0.5

(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0, +\infty[$ بحيث $\frac{7}{4} < \alpha < 2$ 0.75

(5) أ- تحقق أن معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C) في النقطة $O(0,0)$ هي: $y = x$ 0.5

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) 0.5

(6) أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 1.5

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية العددية $(w_n)_n$ المعرفة بمايلي: $\begin{cases} w_0 = \frac{1}{2} \\ w_{n+1} = f(w_n) \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}$

(1) بين أن $0 < w_n < 1$ لكل n من \mathbb{N} 0.75

(2) بين أن المتتالية $(w_n)_n$ تزايدية 0.75

(3) استنتج أن المتتالية $(w_n)_n$ متقاربة ثم حدد نهايتها 0.75