المستوى: الثانية علوم SVT+PC مادة: الرياضيات المعامل: 7	إختبار تجريبي موحد	High-Tech GROUPE SCOLAIRE

مدة الإنجاز 3h — 9 أبريل 2009

التمارين	السلم
التمرين 1 (2 نقط)	
1) حل المعادلة التفاضلية $y''+16y=0$	1
2) أعط الحل $y(x)$ الدي يحقق الشرطين $y\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ و $y'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-2$	1
التمرين 2 (3.5 نقط)	
1) أ ـ أعط الصيغة العقدية للتحاكي h الدي مركزه $\Omega(i)$ ونسبته $k=2$	0.5
ب ـ أعط a' لحق النقطة A' صورة النقطة $A\left(1+i\sqrt{3}\right)$ بالتحاكي h	0.5
2) أ ـ أعط الشكل المثلثي للعدد $1+i\sqrt{3}$ و العدد $\left(1+i\sqrt{3}\right)^n$ بدلالة n حيث $n\in\mathbb{N}$	0.5
ب ـ حدد أصغر عدد صحيح طبيعي غير منعدم n بحيث يكون $\left(1+i\sqrt{3}\right)^n$ عددا حقيقيا صرفا	0.5
3) أ ـ لتكن C النقطة ذات اللحق -2	
حدد مجموعة النقط M دات اللحق z والتي تحقق المعادلة $\lvert z+2\rvert=\lvert z-1-i\sqrt{3}\rvert$	1
4) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2z+4=0$	0.5
التمرين 3 (3.5 نقط)	
نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $I=]0,+\infty[$ بمايلي $h(x)=x+1-\ln x$	
1) احسب $h'(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}}h(x)$	1
2) ضع جدول تغيرات الدالة h وحدد صورة المجال $I=[1,e]$ بالدالة h	0.5
3) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي: $\begin{cases}U_0=1\\U_{n+1}=h(U_n);\forall n\in\mathbb{N}\end{cases}$	
أ ـ بين أن $\forall n\in N;1\leq U_n\leq e$	0.5
ب ـ ادرس رتابة المتتالية (U_n)، ماذا تستنتج ؟	0.5
ج ـ أعط نهاية المتتالية (U_n)	1
التمرين 4 (2.5 نقط)	
1) أ ـ تحقق أن $\dfrac{1}{t(t+1)}=\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t+1}$	0.5
ب ـ احسب التكامل $\displaystyle\int_1^2\frac{1}{t(t+1)}dt$	1
2) استعمل مكاملة بالأجزاء واحسب $\displaystyle\int_1^2\frac{\ln(1+t)}{t^2}dt$	1

مسألة (8.5 نقط)	
I) نعتبر الدالة المعرفة بما يلي $g(x)=x+1+\ln(-x)$ على المجال $]-\infty,0[$	
1) احسب $g'(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} g(x)$	1
2) ضع جدول تغيرات الدالة g واستنتج أن $\forall x<0; g(x)\leq 0$	0.5
II) نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي $\begin{cases} f(x)=x^2+2x\ln(-x); x<0 \\ f(x)=\sqrt{1-e^{-2x}}; x\geq 0 \end{cases}$ على $\mathbb{R}$	
1) ادرس اتصال f في الصفر	0.5
2) أ ـ بين أن $f(x)=x^2\left(1-\dfrac{2\ln(-x)}{(-x)}\right)$ $\forall x<0$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	0.5
ب ـ حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى C_f	1
3) أ ـ بين أن $\dfrac{f(x)}{x}=\sqrt{\dfrac{2}{x}\left(\dfrac{e^{-2x}-1}{-2x}\right)}$ $\forall x>0$	0.5
ب ـ استنتج قابلية اشتقاق f على يمين الصفر وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها	0.5
ج ـ استنتج قابلية اشتقاق f على يسار الصفر وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها	0.5
4) أ ـ بين أن $\begin{cases} f'(x)=2g(x); x<0 \\ f'(x)=\dfrac{e^{-2x}}{\sqrt{1-e^{-2x}}}; x>0 \end{cases}$	0.5
ب ـ ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ و مثل C_f (نقبل أن النقطة $(-1,1)$ نقطة انعطاف)	1.5
5) لتكن $\alpha\in]-1,0[$ و $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحصور بين المنحنى C_f محور الأفاصيل والمستقيمين ذوي المعادلتين $x=\alpha; x=-1$	
أ ـ استعمل مكاملة بالأجزاء وبين أن $\int_{-1}^{\alpha} 2x\ln(-x)dx=\alpha^2\ln(-\alpha)-\dfrac{\alpha^2}{2}+\dfrac{1}{2}$	0.5
ب ـ احسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$	0.5
ج ـ بين أن $\lim\limits_{\alpha\to 0} A(\alpha)=\dfrac{5}{6}$	0.5
حظ سعيد	