

شعبة العلوم التجريبية	الامتحان التجريبي لسنة 2009/2008	ثانوية سد بين الويدان التأهيلية أفورار نيابة أزيلال
مدة الإنجاز: 3 ساعات	المادة: الرياضيات	
الصفحة: 1/2	أرسله الأستاذ: عبد الكريم الحواتي	

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

سليم التقيط	التمرين 1: (2ن)
1ن 1ن	(1) حل المعادلة التفاضلية: $(E) : y'' + y' + y = 0$ (2) حدد الدالة f حل المعادلة التفاضلية (E) والتي تحقق $f'(0) = 1$ و $f(0) = 1$
	التمرين 2: (1.5ن)
0.5ن	(1) تحقق أن: $\frac{1}{1+e^x} = 1 - \frac{e^x}{1+e^x}$ لكل x من \mathbb{R}
1ن	(2) باستعمال مكاملة بالأجزاء أحسب التكامل $I = \int_{-1}^0 \frac{xe^x}{(e^x + 1)^2} dx$
	التمرين 3: (5ن)
0.5ن	(1) حل في \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 2z + 4 = 0$
0.75ن 0.75ن 0.75ن	(2) في المستوى العقدي (P) ؛ المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(\theta; \vec{u}; \vec{v})$ ؛ نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي: $z_A = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_B = 2$ و $z_C = 1 + i\sqrt{3}$ أ- أكتب كل من z_A و z_B و z_C على شكل مثلثي. ب- بين أن النقط A و B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها θ وشعاعها 2 ج- مثل النقط A و B و C في المستوى (P)
0.25ن 1ن	(3) ليكن العدد العقدي حيث $z_D = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}$ أ- مثل النقطة D التي لحقها z_D في المعلم $(\theta; \vec{u}; \vec{v})$ ب- أكتب كل عدد من العددين $z_D - z_A$ و $z_C - z_B$ على شكله الجبري ثم بين أن $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين.
0.5ن 0.5ن	ج- حدد قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{\theta A}; \overrightarrow{\theta B})$. ماهي طبيعة المثلث θAB ؟ د- حدد تمثيلا عقديا للدوران R الذي مركزه النقطة θ ويحول النقطة A إلى النقطة B .
	التمرين 4: (2.5ن)
0.5ن	الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(\theta; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ أ و B و C ثلاث نقط من الفضاء حيث $A(1;0;0)$ و $B(0;1;0)$ و $C(0;0;1)$
0.5ن	أ- بين أن المتجهتين \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{AC} غير مستقيمتين و استنتج أن النقط A و B و C تحدد مستوى (ABC) في الفضاء.
0.25ن	(2) تحقق من أن: $x + y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC) (3) لتكن $E(1;0;-1)$ نقطة من الفضاء. تحقق أن E لا تنتمي إلى المستوى (ABC)
0.75ن	(4) أ- بين أن النظمة: $(t \in \mathbb{R}) ; \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + t \end{cases}$ هي تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ) المار من E
	والعمودي على المستوى (ABC) .
0.5ن	ب- حدد متلوث إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة E على المستوى (ABC) .

مسألة: (9ون)

الجزء الأول:

$$\begin{cases} f(x) = 1 + x - \ln(1 + x); x \geq 0 \\ f(x) = \frac{4e^x}{(e^x + 1)^2}; x < 0 \end{cases}$$

ولیکن (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم (θ; i; j) حيث $\|i\| = 2\text{cm}$

(1) بين أن حيز تعريف الدالة f هو $D_f = \mathbb{R}$

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ وأول النتيجة هندسيا.

(3) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ وأن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ج- بين أن : $f(x) - x > 0$ لكل x من $[0; e-1[$ وأن $f(x) - x < 0$ لكل x من المجال

$[e-1; +\infty[$. ثم استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$

على المجال $[0; +\infty[$

(4) أ- بين أن f متصلة في 0

ب- بين أن f قابلة للاشتقاق في 0 وأن $f'(0) = 0$

ج- أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{x}{1+x}; x > 0 \\ f'(x) = \frac{4e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}; x < 0 \end{cases}$$

ب- استنتج أن f دالة تزايدية قطعا على \mathbb{R}

(6) أنشئ (C_f).

(7) لتكن F الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $F(x) = \frac{-4}{1+e^x}$

أ- بين أن F قابلة للاشتقاق على \mathbb{R} و تحقق أن F دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R}^-

ب- أحسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين (C_f) ومحور الأفاصيل و

المستقيمين اللذين معادلتيهما هما: $x=0$ و $x=-1$.

الجزء الثاني:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n); \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

نعتبر المتتالية العددية $(u)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي:

(1) بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}; 1 \leq u_n \leq e-1$

(2) بين أن $(u)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية تزايدية (يمكنك استعمال السؤال 3 ج- من الجزء الأول)

(3) أ- استنتج أن $(u)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية متقاربة

ب- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$