

المادة : الرياضيات

الامتحان التجريبي الموحد للكالوريا
(ماي 2010)
الموضوع

الشعب (ة) : العلوم الفيزيائية و علوم الحياة و الأرض

مدة الإنجاز : 3

المعامل : 7

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول : (4 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ 2u_{(n+1)} = u_n + 3 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}$

0.5 ن

1 أ - بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n > 3$

0.75 ن

ب - بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ثم استنتج أنها متقاربة .

2 نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = u_n - 3$.

0.5 ن

أ - بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، أساسها $\frac{1}{2}$.

1.5 ن

ب - بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ، ثم احسب $\lim u_n$.

3 نضع : $(\forall n \in \mathbb{N}) T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

0.75 ن

بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) T_n = 3n + 5 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

التمرين الثاني (3 ن):

نعتبر الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(-1;1;2)$ و تمر بالنقطة $A(1;2;0)$.

0.75 ن

1 حدد معادلة ديكارتية للفلكة (S) .

2 نعتبر المستوى $(P) : 2x + y - z + 3 = 0$.

0.25 ن

أ - تحقق من أن : $\Omega \in (P)$.

ب - حدد تقاطع المستوى (P) و الفلكة (S) .

0.75 ن

3 نعتبر المستقيم $(D) : \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2t - 2 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

0.75 ن

أ - بين أن $A \in (D)$ و أن $(\Omega A) \perp (D)$.

0.5 ن

ب - استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

الامتحان التجريبي الموحد للبكالوريا
(ماي 2010)
الموضوع

الشعب (ة) : العلوم الفيزيائية و علوم الحياة و الأرض

التمرين الثالث (4 ن) :

نعتبر في المجموعة المعادلة التالية : $z^2 - 2z + 2 = 0$: (E) .

1 (بين أن العدد $z_1 = 1 + i$ حل للمعادلة (E) ، ثم استنتج الحل الثاني z_2 .

1 ن

2 (بين أن $z_1 = \left[\sqrt{2}; \frac{\pi}{4} \right]$ ، و أن $z_2 = \bar{z}_1$.

0.75 ن

3 (في المستوى العقدي المنسوب إلى المعلم $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ نعتبر النقطتين $A(z_1)$ و $B(z_2)$.

أ - حدد طبيعة المثلث OAB .

0.75 ن

ب - حدد التمثيل العقدي للدوران r الذي زاويته π و مركزه I منتصف $[AB]$ ، ثم استنتج أن $r(A) = B$

1.5 ن

مسألة (9 ن) :

I (نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $\forall x > 0$ ، $f(x) = x - x \ln(x)$ و $f(0) = 0$.

و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

0.75 ن

1 (بين أن الدالة f متصلة في 0 على اليمين .

2 (احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) .

1 ن

3 (أ - احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ ، ثم أول النتيجة هندسيا .

0.75 ن

ب - بين أن $f'(x) = -\ln(x)$ لكل x من IR_+^* .

0.5 ن

ج - بين أن الدالة f تزايدية قطعا على كل من المجال $[0; 1]$ ، و تناقصية قطعا على المجال $[1; +\infty[$ ،

1 ن

ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

0.25 ن

4 (أ - حدد معادلة للمستقيم (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الأضلاع e .

0.75 ن

ب - أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (T) . (نأخذ $e \approx 2,7$)

1 ن

II (احسب مساحة الحيز من المستوى المحصور بين منحنى الدالة f و المستقيمت ذات المعادلات

1.5 ن

$x = e$ و $x = 1$ و $y = 0$.

III (نعتبر g قصور الدالة f على المجال $[1; +\infty[$.

1 (بين أن g تقبل دالة عكسية ، معرفة على مجال J يجب تحديده .

1 ن

2 (أنشئ المنحنى $(C_{g^{-1}})$ في نفس المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

0.5 ن