المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي وتكوين الأطر أكاديمية فاس ثانوية ابن حزم	الامتحان التجريبي1 مادة : الرياضـيات	المستوى : 2 باك رياضي :"أ" و"ب" مدة الإنجاز : 4 السنة الدراسية : 2010/2009

السلم

الموضوع الأول: 2;25

ليكن $a \in R^*$ ونعتبر المعادلة: $2z^2 - a(4-\sqrt{2}i)z - 2\sqrt{2}ia^2 = 0$

z_1 و z_2 هما حلي المعادلة حيث z_2 يصبح حقيقيا في حالة a= -1

1– أ– ليكن Δ مميز المعادلة بين أن $\Delta = \left(a\left(4+i\sqrt{2}\right)\right)^2$ ثم حدد z_1 و z_2

ب– نضع $a = -1 + i\sqrt{3}$ أكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي

2– بين أنه إذا كان $a = -1 + i\sqrt{3}$ فإن $z_1{}^4 = z_2$ ثم حدد الجذور الرابعة للعدد z_2 على الشكل المثلثي.

الموضوع الثاني : 3;75

نعتبر المجموعة
$$E = \left\{ M_{(a,b)} = \begin{pmatrix} a+b & 0 & -b \\ b & a & -b \\ b & 0 & a-b \end{pmatrix} \ / \ (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

1) a) بين أن $(E,+,.)$ فضاء متجهي حقيقي يتم تحديد بعده .

b) بين أن : $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, \forall (a',b') \in \mathbb{R}^2 : M_{(a,b)} \times M_{(a',b')} = M_{(aa',\ ab'+ba')}$

c) بين أن : $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية وواحدية .

d)ليكن $(a,b) \in \mathbb{R}^2$

بين $M_{(a,b)}$ يقبل مماثلا في الحلقة $(E,+,\times)$ إذا وفقط إذا $a \neq 0$

وحدد في هذه الحالة مقلوب المصفوفة $M_{(a,b)}$

2) ليكن $U = \left\{ M_{(a,b)} \in E \ / \ a \neq 0 \right\}$. بين أن $(U,\times)$ زمرة تبادلية .

3). نضع $H = \left\{ M(a,b) \in E / a \succ 0, b = a\ln(a) \right\}$ بين أن $(H,\times)$ زمرة جزئية من $(U,\times)$

الموضوع الثالث : 4نقط

1. نعتبرفي Z^2 المعادلة $(E):16x-5y=2010$

a. بين أنه إذا كان (x,y) حلا في Z^2 للمعادلة (E) فإن $x\equiv 0[5]$ ثم حل (E)

b. حدد الحلول (x,y) للمعادلة (E) التي تحقق $x\wedge y=5$

2. نعتبرفي Z^2 المعادلة $(F):16x^6-5y^6=2010$

a-بين أن $\forall a\in Z: a^6\equiv 0[7]$ ou $a^6\equiv 1[7]$ يمكن استعمال مبرهنة fermat

b-تحقق أن $7\wedge 2010=1$ واستنتج أنه إذا كان (x,y) حلا في Z^2 للمعادلة (F) فإن

$7\wedge x=1$ ou $7\wedge y=1$

c-استنتج أنه إذا كان (x,y) حلا للمعادلة (F) فإن $16x^6-5y^6\equiv 2[7]$ ou $16x^6-5y^6\equiv 4[7]$

d-حل المعادلة (F)

الموضوع الرابع : 10نقط

نعتبر الدالة المعرفة بمايلي $f_m(x)=\dfrac{\arctan(x)}{x+m}$

1- حدد D_m **مجموعة تعريف الدالة** f_m **و أحسب نهايات** f_m **عند محدات** D_m **ناقص الحالات**

2- بين $\forall m\in R^*,\forall x\in R-\{-m,m\}: f_m(-x)=f_{-m}(x)$ **واستنتج أن** C_{-m} **و** C_m **متماثلان بالنسبة لمحور الأراتيب**

3- دراسة الدالة f_0

أ- بين أن f_0 **تقبل تمديدا بالاتصال في 0 نرمز ب f لهذا التمديد لدينا إذن**
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\arctan(x)}{x} \\ f(0)=1 \end{cases}$$

ب- بين أن f **متصلة على** R

ت- بين أن f **زوجية**

ث- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن $\forall x\ge 0: \dfrac{x}{1+x^2}\le \arctan x\le x$

ج-استنتج أن f قابلة للاشتقاق في 0

ح-أحسب مشتقة f; وضع جدول تغيراتها

4- دراسة الدالة f_m

في مايلي نفترض أن $m>0$ **و نعتبر الدالة** g_m **المعرفة بمايلي** $g_m(x)=\dfrac{x+m}{1+x^2}-\arctan x$

أ-أدرس تغيرات g_m

ب–بين أن المعادلة $g_m(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β_m في المجال R^*_+ و ضع جدول إشارة g_m

ت–بين أن $\forall x \in R-\{-m\}: f_m(x)=\dfrac{g_m(x)}{(m+x)^2}$ وضع جدول تغيرات f_m

ث–بين أن $f_m(\beta_m)=\dfrac{1}{1+(\beta_m)^2}$

ج–أنشئ المنحنيات C_1 و C_{-1} و C_0

5– نعتبر $I=\int_0^1 f_1(x)dx$

أ– بين $\forall t \in [0,1]: \arctan\left(\dfrac{1-t}{1+t}\right)=\dfrac{\pi}{4}-\arctan t$

ب– باستعمال مكاملة بتغيير المتغير $u=\dfrac{1-t}{1+t}$ و السؤال أ –**5** بين أن $I=\dfrac{\pi}{8}\ln 2$

ت– استنتج مساحة الحيزالمحصور بين C_1 و (Ox) و المستقيمان ذا المعادلة $x=0$ و $x=1$

ث– أحسب نهاية المتتالية $S_n=\sum_{k=1}^{k=n}\dfrac{\arctan\left(\dfrac{k}{n}\right)}{n+k}$

6–نعتبر الدالة **F** المعرفة بمايلي $F(x)=\int_x^{2x} e^{-t} f(e^{-t})dt$

أ– علل وجود $F(x)$ لكل $x \in IR$ و تحقق أن $\forall x \in R: F(x)=\int_x^{2x}\arctan(e^{-t})dt$

ب– بين أن $\forall x>0: F(x)\leq \int_x^{2x} e^{-t}dt$ واستنتج أن $\lim_{x\to+\infty}F(x)=0$

ت– نذكر أن $\forall u>0: \arctan(u)=\dfrac{\pi}{2}-\arctan\left(\dfrac{1}{u}\right)$ بين أن $\forall x \in R: F(-x)=-\dfrac{\pi}{2}x+F(x)$

ث– بين أن المستقيم ذو المعادلة $y=\dfrac{\pi}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى C_F

ج–بين أن **F** قابلة للاشتقاق على R وأحسب $F'(x)$