

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

تمرين 1 (3)

حل فى \mathbb{R} المعادلات التالية

$$2 \ln(x) + \ln(2x - 1) - \ln(5x + 2) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{e^{2x} + 12}{e^x} = 7 \quad (2)$$

$$4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0 \quad (3)$$

تمرين 2 (03.75)

نعتبر الحدودية : $z \in \mathbb{C} ; P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

(1) حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b) \forall z \in \mathbb{C}$

(2) - حل في \mathbb{C} المعادلة $(z^2 - 4z + 7 = 0)$: ثم استنتج حل المعادلة $(E): P(z) = 0$

(3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) ، نعتبر النقط A و B و C

التي ألقاها على التوالي هي $z_A = -1$ و $z_B = 2 + i\sqrt{3}$ و $z_C = 2 - i\sqrt{3}$
أ - أنشئ النقط A و B و C

ب - ليكن R الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{4}$

حدد z_D لحن النقطة D صورة النقطة A بالدوران R

ج- بين أن النقطة G ذات اللحن $z_G = 3$ هي مرجح النقط $(A, -1)$ و $(B, 2)$ و $(C, 2)$

تمرين 3 (03.75)

صندوق U يحتوى على كرات حمراء وكرات خضراء حيث عدد الكرات الخضراء هو ضعف عدد الكرات الحمراء
20% من الكرات الحمراء و 80% من الكرات الخضراء مكتوب عليها رقم 0 وباقي الكرات مكتوب عليها رقم 1

(1) - نختار بطريقة عشوائية كرة واحدة من الصندوق U

نعتبر الأحداث التالية R (اختيار كرة حمراء)

V (اختيار كرة خضراء)

B (اختيار كرة تحمل رقم 1)

أ - بين أن $p(R) = \frac{1}{3}$ و $p(V) = \frac{2}{3}$ و $p(B) = \frac{2}{5}$

ب - علما أن الكرة المسحوبة تحمل رقم 0 ما هو احتمال أن تكون حمراء

(2) نعتبر التجربة العشوائية التالية نسحب بالتتابع وباحلال 4 كرات من الصندوق

وليكن X المتغير العشوائى المرتبط بعدد الكرات الخضراء المحصل عليها

أ - حدد مجموعة قيم X

ب - حدد قانون احتمال X

ج - أحسب $E(X)$ و $V(X)$ و $\sigma(X)$ (لاحظ أن X متغير عشوائى حدانى)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

مسألة (09.5)
الجزء الأول

نعتبر الدالتين g المعرفة بما يلي :

$$\forall x \in \mathbb{R}, g(x) = e^x(x-1) + x^2$$

(1) أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال \mathbb{R} ثم ادرس منحنى تغيرات الدالة g .

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ثم اعط جدول تغيرات g .

(2) بين أنه في المجال $[0; +\infty[$ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α .

ثم تحقق من أن $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = \frac{e^x}{e^x + x}$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم.

(1) بين أن $\forall x \in [0; +\infty[; f(x) = x \Leftrightarrow g(x) = 0$

ثم استنتج أن المعادلة $f(x) = x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $I = \left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

(2) أدرس قابلية اشتقاق f في $x_0 = 0$ علي اليمين ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ و أول النتيجة هندسيا

(4) أ- أحسب $f'(x)$ ثم استنتج تغيرات الدالة f على $[0; +\infty[$

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f

(5) - حدد معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطتين ذات الأفصولين $x_1 = 1$ و $x_2 = 0$

(6) - أنشئ المنحنى (C)

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ \forall n \geq 2, u_n = f(u_{n-1}) \end{cases}$$

(1) بين بالترجع أن $\frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$ لكل n من \mathbb{N}^* .

(2) بين أن $\forall x \in I ; |f'(x)| \leq \frac{1}{2}$

(3) باستعمال التكامل على مجال مناسب بين أن $\forall x \in I ; |f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2}|x - \alpha|$

ثم استنتج أن $\forall n \geq 2 ; |u_n - \alpha| \leq \frac{1}{2}|u_{n-1} - \alpha|$

(4) استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}^* ; |u_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(5) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة (نهايتها هي α).