

## تمرين-1-(3نقط)

لتكن  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $u_{n+1} = \sqrt{8 + \frac{u_n^2}{3}}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . و  $u_0 = \sqrt{3}$

1- احسب  $u_1$ .

2- أ- بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $0 \leq u_n < 2\sqrt{3}$

ب- بين أن  $(u_n)$  تزايدية قطعاً.

ج- استنتج أن  $(u_n)$  متقاربة.

3- نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة بما يلي :  $v_n = 12 - u_n^2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية محددًا أساسها وحدها الأول.

ب- احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

ج- احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

## تمرين-2-(8نقط)

لتكن  $f$  الدالة العددية ذات متغير حقيقي والمعرفة على  $]1, +\infty[$  بما يلي :  $f(x) = -x + 4 + \ln \frac{x+1}{x-1}$

المستوى  $P$  منسوب إلى معلم  $M(O, \vec{i}, \vec{j})$ .  $\ell$  هو المنحنى الممثل للدالة  $f$

(1) أحسب النهايتين  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين أن لكل  $x$  من  $]1, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{-(x^2+1)}{(x+1)(x-1)}$

ثم اعط جدول تغيرات  $f$

(3) a- بين أن المستقيم  $D(y = -x + 4)$  مقارب لـ  $\ell_f$  بجوار  $+\infty$

b- بين أن :  $\forall x \in ]1, +\infty[ ; \frac{x+1}{x-1} > 1$

ثم استنتج الوضع النسبي لـ  $(\ell_f)$  و  $(D)$

(4) بين أنه في المجال  $[4, 5]$  المعادلة :  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً

(5) أنشئ  $(\ell_f)$

(6) a- لتكن  $h$  الدالة المعرفة على  $]1, +\infty[$  ب :  $h(x) = \ln \frac{x+1}{x-1}$

بين أن الدالة  $H$  المعرفة على  $]1, +\infty[$  ب :  $H(x) = (x+1)\ln(x+1) - (x-1)\ln(x-1)$  هي دالة أصلية للدالة  $h$

على المجال  $]1, +\infty[$

b - أحسب مساحة السطح المحصور بين  $(\ell_f)$  ومحور الأفاصل والمستقيمان  $(x=2)$  و  $(x=3)$

## تمرين-3-(3نقط)

تقدم طالب لإجتياز مباراة تتكون من 10 أسئلة حيث لكل سؤال ثلاثة أجوبة مختلفة منها جواب واحد فقط هو الصحيح. وما على الطالب إلا اختيار جواب من بين الأجوبة الثلاثة بالنسبة لكل سؤال (Q.C.M).

إلا أن الطالب لم يهين للمباراة، وهكذا يتم اختياره لجواب ما بطريقة عشوائية.

(1) ما هو احتمال اختياره للجواب الصحيح؟

a- بالنسبة للسؤال الأول؟

b- بالنسبة لجميع الأسئلة

(2) ما هو احتمال اختياره لجواب خاطئ بالنسبة لجميع الأسئلة؟

(3) ما هو احتمال اختياره لثلاثة أجوبة صحيحة بالضبط؟

(4) يعتبر الطالب ناجحا إذا كانت 8 أجوبة على الأقل صحيحة.

ما هو احتمال نجاح الطالب في هذه المباراة؟

## تمرين-4-(3نقط)

في  $\mathbb{C}$  نعتبر الحدودية  $P$  المعرفة ب :  $P(z) = z^3 + 8$

(1) a- أحسب  $P(-2)$

b- حدد العددين  $a$  و  $b$  حيث :  $P(z) = (z+2)(z^2 + az + b)$

c- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $P(z) = 0$

نعتبر  $z_1$  هو الحل الحقيقي و  $I_m(z_2) < 0$  و  $z_3$  الحل الآخر.

(2) في المستوى العقدي نعتبر النقط  $M_1$  و  $M_2$  و  $M_3$  ذات الألفاق  $z_1$  ،  $z_2$  و  $z_3$  على التوالي.

ماهي طبيعة المثلث  $M_1M_2M_3$  ؟ ( علل جوابك )

## تمرين-5-(3نقط)

الفضاء  $\mathcal{E}$  منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

نعتبر في  $\mathcal{E}$  الفلكة  $(S)$  ذات المعادلة :  $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$  ، والنقطتين  $A(0,0,1)$  و  $B(0,0,-1)$

(1) a- بين أن  $[AB]$  قطر للفلكة  $(S)$

b - حدد معادلة ديكارتية للمستوى  $(P)$  المماس للفلكة  $(S)$  في النقطة  $B$

(2) نعتبر في  $\mathcal{E}$  المستوى  $(Q)$  ذي المعادلة  $x \cos \theta + y \sin \theta + 1 = 0$  ، حيث  $-\pi \leq \theta < \pi$

a- بين أن  $(Q)$  مماس للفلكة  $(S)$  في النقطة  $K(-\cos \theta, -\sin \theta, 0)$

b- بين أن  $(Q)$  عمودي على  $(P)$

c- حدد مجموعة النقط  $K$  عندما يتغير  $\theta$  في المجال  $[-\pi, \pi[$