

الضربة : الثانية بحالوريا علوه فيزيائية الثانية بحالوريا علوه الحياة و الأرض	الامتحان التجريبي للبحالوريا لمادة الرياضيات أبريل 2010 المعامل : 7 المدة : 3 ساعات		الثانوية التأهيلية صلاح الدين الأيوبي نهاية مراحل المناورة
			سلم التقييم
التمرين 1 : (6,5 نقطة)			
نعتبر في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $(E): z^3 + 2(\sqrt{2}-1)z^2 + 4(1-\sqrt{2})z - 8 = 0$			
(1) بين أن 2 حل للمعادلة (E) .			0,25
(ب) حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث $(\forall z \in \mathbb{C}): z^3 + 2(\sqrt{2}-1)z^2 + 4(1-\sqrt{2})z - 8 = (z-2)(z^2 + az + b)$			0,75
(ج) استنتج حلول المعادلة (E) في \mathbb{C} .			0,75
(2) لتكن الأعداد العقدية $z_0 = 2$ و $z_1 = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $z_2 = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$ ؛ و A و B و C النقط التي الحاقها			
z_0 و z_1 و z_2 على التوالي في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O; \bar{e}_1; \bar{e}_2)$.			
(أ) أكتب z_0 و z_1 و z_2 على الشكل المثلثي ؛ و تحقق أن $z_1^{40} + z_2^{40} = 2^{41}$			1
(ب) بين أن النقط A و B و C تنتمي الى دائرة مركزها O و حدد شعاعها؛ ثم مثل هذه النقط.			1
(3) ليكن I منتصف القطعة $[AB]$.			
(أ) حدد z_I لحق النقط I و احسب معيار z_I .			0,5
(ب) حدد قياسا للزاوية $(\widehat{OA; OB})$ ؛ ثم استنتج أن $\frac{3\pi}{8}$ هو قياس للزاوية $(\widehat{OA; OI})$ (استعمل تمثيل النقط A و B و C و I)			0,75
(ج) باستعمال النتائج السابقة حدد $\cos \frac{3\pi}{8}$ و $\sin \frac{3\pi}{8}$.			0,5
(4) ليكن R الدوران الذي مركزه C و زاويته $\frac{3\pi}{4}$.			
(أ) لتكن النقط D صورة النقط A بالدوران R ؛ بين أن $z_D = -2 - 2\sqrt{2}$.			0,5
(ب) بين أن الرباعي $ABDC$ معين.			0,5
التمرين 2 : (4,5 نقطة)			
$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n} \end{cases}$ نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي :			
(1) احسب u_1 و u_2 .			0,5
(2) بين أن $\forall n \in \mathbb{N} : 2 \leq u_n \leq 4$.			1
(3) بين أن $(u_n)_{n \geq 0}$ تزايدية ؛ ماذا تستنتج؟			0,75
(4) بين أن $\forall n \in \mathbb{N} : 4 - u_{n+1} \leq \frac{4 - u_n}{2}$.			0,75
(ب) استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N} : 0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ؛ ثم احسب نهاية $(u_n)_{n \geq 0}$.			1
(د) لكل $n \in \mathbb{N}$ نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ ؛ باستعمال السؤال السابق بين أن $S_n \geq 4n - 2 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.			0,5

A- تعتبر الدوال العددية g و h و k المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$x \in \mathbb{R} \quad g(x) = xe^x - e^x + 1$$

$$x \in \mathbb{R} \quad h(x) = g(x) - \frac{1}{2}x^2$$

$$x \in \mathbb{R} \quad k(x) = g(x) - \frac{1}{2}x^2e^x$$

- (1) أحسب كل من $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ 2x0,25
- (2) أ) أحسب كل من: $g'(x)$ و $h'(x)$ و $k'(x)$ (مشتقات g و h و k على التوالي) وذلك لكل x من \mathbb{R} 3x0,5
- ب) بين أن: $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) \geq 0$ 0,25
- ج) بين أن: $\forall x > 0 \quad k(x) \leq 0$ و $h(x) \geq 0$ 2x0,25
- د) بين أن: $\forall x < 0 \quad k(x) \geq 0$ و $h(x) \leq 0$ 2x0,25
- (3) استنتج أن: $\forall x > 0 \quad \frac{1}{2}x^2 \leq g(x) \leq \frac{1}{2}x^2e^x$ 2x0,5
- وأن: $\forall x < 0 \quad \frac{1}{2}x^2e^x \leq g(x) \leq \frac{1}{2}x^2$

(4) أ) أحسب باستعمال (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x^2}$ (يمكنك التمييز بين النهاية يمين والنهاية يسار في الصفر) 0,5

ب) بين باستعمال (3) أن: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{x(e^x - 1)} = \frac{1}{2}$ (يمكنك التمييز بين النهاية يمين والنهاية يسار في الصفر) 0,25

B- تعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x}{e^x - 1} & \text{إذا كان } x \neq 0 \text{ فإن} \\ f(0) = 1 & \text{إذا كان } x = 0 \text{ فإن} \end{cases}$$

- (1) أ) بين أن الدالة f متصلة في الصفر. 0,25
- ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ واعط تأويلا مبيانيا للنتيجة. 2x0,25
- ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 0,25
- د) تحقق أن: $\frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{g(x)}{x(e^x - 1)} - 1$ من أجل $x \neq 0$ 0,5
- ه) إستنتج أن الدالة f قابلة للإشتقاق في الصفر واعط $f'(0)$ (العدد المشتق للدالة f في الصفر). 2x0,25
- (2) أ) بين أن: $f'(x) = -\frac{g(x)}{(e^x - 1)^2}$ وذلك لكل $x \neq 0$ 0,5
- ب) اعط جدول تغيرات الدالة f 0,25
- (3) ليكن (C_r) المنحنى الممثل للدالة في معلم متعامد ممنظم (O, \bar{i}, \bar{j}) 0,5
- أ) بين أن (C_r) يقبل مقاربا مانلا (Δ) وذلك بجوار $-\infty$
- ب) أنشئ كل من (C_r) و (Δ) في المعلم (O, \bar{i}, \bar{j}) 1+0,25

نادية حراث