

الشعبة : العلوم التجريبية المسلك : العلوم الفيزيائية وعلوم الحياة والأرض	<b>الامتحان التجريبي الموحد</b> <b>مادة : الرياضيات</b> السنة الدراسية : 2010-2011	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي قطاع التعليم المدرسي الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين لجهة سوس ماسة درعة نيابة أكادير إداوتنان ثانوية عبد الكريم الخطابي التأهيلية
مدة الإنجاز : 3 ساعات		
المعامل : 7		

الصفحة 1/2

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

سلم التقييط	التمرين الأول ( 3,5 نقط )
	<p>نعتبر ضمن المستوى العقدي <math>(P)</math> المنسوب للمعلم العقدي <math>R = (o, \vec{e}_1, \vec{e}_2)</math> النقط <math>A</math> ، <math>B</math> و <math>C</math> لواحقها على التوالي : <math>z_A = 3 - i</math> ؛ <math>z_B = 3 + i</math> و <math>z_C = 7 - 3i</math> ونعتبر المعادلة : <math>(E) : z^2 - 6z + 10 = 0</math> مع <math>z \in \mathbb{C}</math> (مجموعة الأعداد العقدية) ونعتبر الدوران <math>r</math> الذي مركزه <math>A</math> وزاويته <math>\frac{\pi}{2}</math>.</p> <p>(1) أ) حل المعادلة <math>(E)</math> في <math>\mathbb{C}</math> <span style="float: right;">1</span> و تأكد أن الكتابة العقدية للدوران <math>r</math> هي <math>z' = iz + 2 - 4i</math> <span style="float: right;">1</span> ب) تأكد أن بوضع <math>r(C) = C'</math> فإن <math>\text{aff}(C') = 5 + 3i</math> . <span style="float: right;">0,5</span></p> <p>(2) تأكد من أن <math>\frac{z_{C'} - z_B}{z_C - z_B} = \frac{1}{2}i</math> واستنتج طبيعة المثلث <math>BCC'</math> <span style="float: right;">1</span></p>
	<p><b>التمرين الثاني ( 4 نقط )</b></p> <p>نعتبر ضمن الفضاء التآلفي <math>(E)</math> المنسوب لمعلم متعامد ممنظم مباشر <math>R = (o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})</math> النقط <math>A(-1, 0, 3)</math> ، <math>B(3, 0, 0)</math> و <math>C(7, 1, -3)</math> والفلكة <math>(S)</math> التي معادلتها الديكارتية <math>(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0</math> ؛</p> <p>(1) أ) تحقق أن <math>\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}</math> <span style="float: right;">0,5</span> واستنتج أن معادلة <math>(ABC)</math> هي <math>(P) : 3x + 4z - 9 = 0</math> <span style="float: right;">0,5</span> ب) تحقق من أن مركز الفلكة <math>(S)</math> هي النقطة <math>\Omega(3, 1, 0)</math> <span style="float: right;">0,5</span> و أن شعاع الفلكة <math>(S)</math> هو العدد <math>r_{(S)} = 5</math> <span style="float: right;">0,5</span></p> <p>(2) أ) أحسب <math>d(\Omega, (P))</math> مسافة <math>\Omega</math> عن <math>(P) = (ABC)</math> <span style="float: right;">0,5</span> ب) استنتج أن <math>(P)</math> يقطع الفلكة <math>(S)</math> وفق دائرة <math>\mathcal{C}</math> يتم تحديد مركزها <math>\omega</math> وشعاعها <math>r_{\mathcal{C}}</math> <span style="float: right;">1,5</span></p>
	<p><b>مسألة ( 12,5 نقطة )</b></p> <p>نعتبر الدالة العددية <math>g</math> المعرفة على <math>]0; +\infty[</math> بما يلي : <math>g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln x</math></p> <p>ونعتبر الدالة العددية <math>f</math> المعرفة على <math>\mathbb{R}^+</math> بما يلي : <math>\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x} \ln x ; &amp; x &gt; 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}</math></p> <p>و <math>\mathcal{C}_f</math> منحنى <math>f</math> في معلم متعامد ممنظم وحدته <math>2cm</math>.</p>

## الجزء الأول ( 02,5 نقطة )

(1) تأكد أن لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$   $g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$  0,5

(2) استنتج تغيرات الدالة  $g$  على  $]0; +\infty[$ . 1

(3) استنتج أن لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$   $g(x) \geq 0$ . 1

## الجزء الثاني ( 06,75 نقطة )

(1) أ) بين أن  $f$  متصلة على يمين 0. 0,5

ب) بين أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ . 0,5

(2) أ) أدرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على يمين 0. 0,5

ب) إعط تأويلا هندسياً للنتيجة السابقة. 0,5

(3) أ) بين أن لكل  $x$  من  $]0; +\infty[$   $f'(x) = \frac{g(x)}{2\sqrt{x}}$  وحدد جدول تغيرات الدالة  $f$ . 0,5+0,5

ب) استنتج أن المنحنى  $\mathcal{C}_f$  يقبل نقطة انعطاف وحددها وحدد معادلة المماس  $T$  عند نقطة الانعطاف. 0,5+0,5

(4) أ) أدرس الفروع اللانهائية ل  $\mathcal{C}_f$  بجوار  $+\infty$  والوضع النسبي ل  $\mathcal{C}_f$  و المستقيم  $y=x$  :  $(\Delta)$ . 0,5+0,5

ب) مثل  $\mathcal{C}_f$  و  $(\Delta)$  و  $T$  في نفس المعلم. 0,25+0,25+0,75

## الجزء الثالث ( 03,25 نقطة )

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بما يلي :  

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{4} \\ U_{n+1} = f(U_n) \quad \forall n \geq 0 \end{cases}$$

(1) بين بالترجع أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$   $0 < U_n < 1$  ( يمكن استعمال الجزء الثاني - السؤال 3 ) 1

(2) بين أن  $(U_n)$  متتالية تزايدية ( يمكن استعمال الجزء الثاني-السؤال 4 ) واستنتج أن  $(U_n)$  متقاربة. 1+0,75

(3) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  0,5