

**التمرين الأول (3 ن)**

في الفضاء  $\mathbb{E}$  المنسوب إلى معلم متعمد منظم مباشر نعتبر النقط  $A(0,1,1)$  و  $B(1,1,0)$  و  $C(0,-1,-1)$ .

(1) احسب  $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ .  
(b) استنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  غير مستقيمية.

(2) تحقق أن معادلة ديكارتية للمستوى  $(ABC)$  هي  $x - y + z = 0$ .

(3) لتكن الفلكة  $(S)$  التي معادلتها هي  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ .

(a) حدد مركز وشعاع  $(S)$ .  
(b) بين أن المستوى  $(ABC)$  يقطع الفلكة  $(S)$  وفق دائرة  $(\Gamma)$ .

(c) حدد مركز وشعاع  $(\Gamma)$ .

(4) حدد معادلة ديكارتية لكل من المستويين الموازيين للمستوى  $(ABC)$  والمماسين للفلكة  $(S)$ .

**التمرين الثاني (3,5 ن)**

نعتبر المعادلة:  $(E): z \in \mathbb{C}; z^2 - (\sqrt{3} + 3i)z - 2 + 2i\sqrt{3} = 0$

(1) (a) حدد الشكل الجبري للعدد العقدي  $(-\sqrt{3} + i)^2$   
(b) حل المعادلة  $(E)$ .

(2) في المستوى العقدي  $P$  المنسوب إلى معلم متعمد منظم  $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي أحقها هي:

$c = \sqrt{3} + 3i$  و  $b = \sqrt{3} + i$  و  $a = 2i$  على التوالي.

(a) اكتب  $b$  و  $c$  على الشكل المثلثي.  
(b) أنشئ النقط  $A$  و  $B$  و  $C$ .

(3) (a) اكتب العدد  $\left(\frac{b-a}{c-a}\right)$  على الشكل المثلثي  
(b) استنتاج طبيعة المثلث  $ABC$ .

(4) (a) تتحقق أن  $b = c - a$   
(b) استنتاج طبيعة الرباعي  $OBCA$ .

**التمرين الثالث (1,5 ن)**

صندوق  $A$  يضم 3 كرات تحمل الرقم 0 و كرتين تحملان الرقم 1 و صندوق  $B$  يضم كرتين تحملان الرقم 0 و كرتين تحملان الرقم 1 .  
نسحب بالتناوب وبدون إحلال كرتين من  $A$  ثم نسحب كرة واحدة من  $B$

- (1) ما هو عدد النتائج الممكنة  
(2) ما هو عدد النتائج التي تكون فيها الكرات الثلاث تحمل الرقم 0 .  
(3) ما هو عدد النتائج التي يكون فيها مجموع أرقام الكرات الثلاث يساوي 2 .

**التمرين الرابع (2 ن)**

(1) احسب التكاملين :  $\int_e^{e^2} \left( \frac{1}{x \ln(x)} \right) dx$  و  $\int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$

(2) ليكن  $x \in \left[ \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right]$

$\cdot \frac{1}{\sin^2(x)} = \frac{1 + \tan^2(x)}{\tan^2(x)}$  تتحقق أن: (a)

(b) احسب  $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \left( \frac{1}{\sin^2(x)} \right) dx$

(3) باستعمال المتكاملة بالأجزاء مرتين احسب التكامل  $J = \int_1^e \cos(\pi \ln(x)) dx$

**مسألة (10 ن)**

سلام  
التنقيط

الجزء الأول:

نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي	0,5
(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$	
(2) (a) احسب $(g')$ لكل $x \in \mathbb{R}$ . (b) وضع جدول تغيرات الدالة $g$ .	0,25 0,25
(c) استنتج أنه: $(\forall x \in \mathbb{R}^*)$ , $g(x) > 0$	0,5
(3) بين أن للمعادلة $[1,2] \times \mathbb{R}, g(x) = x$ حل واحداً في المجال $[x \in \mathbb{R}, g(x) = x]$ .	0,75

الجزء الثاني:

لتكن الدالة العددية $f$ للمتغير الحقيقي $x$ بحيث	
$f(x) = e^{-x} + \ln(x+1); x \geq 0$	
$f(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} + 1 ; x < 0$	
ول يكن $(C_f)$ المنحني الممثل للدالة $f$ في المستوى $P$ المنسوب إلى معلم متعمد منظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .	
(1) حدد $D_f$ ونهايتي $f$ عند $+\infty$ و $-\infty$ .	0,75
(2) بين أن: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left( \frac{f(x) - f(0)}{x} \right) = 0$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left( \frac{f(x) - f(0)}{x} \right) = 0$ ثم أعط تأويلاً جبراً و هندسياً للنتيجة.	1,25
(3) (a) بين أنه: $(\forall x \in ]0, +\infty[)$ , $f'(x) = \frac{e^{-x} g(x)}{(x+1)}$ (b) احسب $(f')$ لكل $x \in ]-\infty, 0[$ و بين أن إشارتها هي إشاره $(1)$ على هذا المجال. (c) وضع جدول التغيرات للدالة $f$ .	0,25 0,5 0,5
(4) (a) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (b) ادرس الفروع اللانهائية للمنحني $(C_f)$ . (c) أنشئ المنحني $(C_f)$ .	0,25 0,5 1
(5) احسب مساحة الحيز $(\Delta)$ المحصور بين المنحني $(C_f)$ و محور الأفاسيل و المستقيمان اللذان معادلتهما هي $x=0$ و $x=1$ .	0,5

الجزء الثالث:

لتكن المتتالية العددية $(U_n)$ المعرفة بما يلي :	
$\begin{cases} U_0 = \ln(2) \\ (\forall n \in \mathbb{N}), U_{n+1} = g(U_n) \end{cases}$	
(1) احسب $U_1$ وتحقق أن $\alpha < U_0 < U_1 < 0$ هو العدد الوارد في السؤال الثالث من الجزء الأول.	0,5
(2) بين أنه: $\alpha < U_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ , (3) بين أن $(U_n)$ تناقصية. (4) استنتاج أن $(U_n)$ متقاربة و احسب نهايتها.	0,5 0,5 0,5 0,75