| ج . م . ع | مبـــادئ في الحســـابيــــات<br>ملخــص الــــــدرس | ح. بــــوعـــيــون |
|---|---|---|

## I) مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

$IN = \{0,1,2,3,4,5.......\}$

$IN^* = \{1,2,3,4,5.......\}$

## II) الأعداد الصحيحة الطبيعية الزوجية – الفردية

1) نسمي عدد صحيح طبيعي زوجي كل عدد $a$ يكتب على شكل $a = 2k$ حيث $k \in IN$ .

2) نسمي عدد صحيح طبيعي فردي كل عدد $a$ يكتب على شكل $a = 2k + 1$ أو $a = 2k - 1$ حيث $k \in IN$ .

### 3) ملاحظات

a) يكون عدد زوجيا إذا كان رقم وحداته زوجيا .

b) يكون عدد فرديا إذا كان رقم وحداته فرديا .

c) *) إذا كان $a$ و $b$ زوجيين فإن $a+b$ زوجي .

*) إذا كان $a$ و $b$ فرديين فإن $a+b$ زوجي .

*) إذا كان $a$ زوجيين و $b$ فردي فإن $a+b$ فردي .

d) *) إذا كان $a$ و $b$ زوجيين فإن $ab$ زوجي .

*) إذا كان $a$ و $b$ فرديين فإن $ab$ فردي .

*) إذا كان $a$ زوجيين و $b$ فردي فإن $ab$ زوجي .

e) إذا كان $a$ و $b$ عددين متتابعين فإن أحدهما زوجي والآخر فردي .

## III) مضاعفات عدد

**1) تعريف** ليكن $a$ و $b$ عددين طبيعيين .

نقول إن العدد $a$ مضاعف للعدد $b$ إذا كان $a$ يكتب على شكل $a = bk$ حيث $k \in IN$ .

### 2) ملاحظات

*) 0 مضاعف كل عدد طبيعي .

*) 0 له مضاعف واحد هو 0 .

*) إذا كان $a$ مضاعف $b$ و $b$ مضاعف $c$ فإن $a$ مضاعف للعدد $b$ .

### 3) المضاعف المشترك الأصغر لعددين

**تعريف** ليكن $a$ و $b$ عددين طبيعيين غير منعدمين .

المضاعف المشترك الأصغر للعددين $a$ و $b$ هو أصغر مضاعف غير منعدم مشترك بينهما . ونرمز له ب $PPCM\,(a,b)$ أو $a \vee b$ .

### 4) ملاحظات

*) إذا كان العدد $a$ مضاعف للعدد $b$ فإن $PPCM\,(a,b) = a$

*) $PPCM\,(a,a) = a$

## IV) قواسم عدد

**1) تعريف** ليكن $a$ و $b$ عددين طبيعيين .

نقول إن العدد $a$ قابل للقسمة على $b$ ، أو إن العدد $b$ يقسم $a$ إذا كان $a$ مضاعف $b$ يعني $a$ يكتب على شكل $a = bk$ حيث $k \in IN$ . ونكتب $b / a$ .

### 2) ملاحظات

*) كل الأعداد الطبيعية تقسم 0 .

*) 0 يقسم عدد واحد هو 0 .

*) إذا كان $b$ يقسم $a$ و $c$ يقسم $b$ فإن $c$ يقسم $a$ .

*) العدد 1 يقسم جميع الأعداد الطبيعية .

*) كل عدد يقسم نفسه .

*) للعدد 1 قاسم واحد هو 1 .

### 3) مصادق القسمة على 2-3-4-5-9-11-25

**a) ترميز**

ليكن $\alpha_0$ ، $\alpha_1$ ، $\alpha_2$ ، $\alpha_3$ ، ...... ، $\alpha_r$ أرقاما من $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

نرمز بالكتابة $\overline{\alpha_r\alpha_{r-1}...\alpha_0}$ إلى العدد الذي رقم وحداته $\alpha_0$ ، رقم عشراته $\alpha_1$ ، ............

**b) خاصية**

نعتبر العدد $a = \overline{\alpha_r\alpha_{r-1}...\alpha_0}$ لدينا:

*) $a$ يقبل القسمة على 2 إذا كان $\alpha_0 \in \{0,2,4,6,8\}$

*) $a$ يقبل القسمة على 3 إذا كان $3 / \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_r$

*) $a$ يقبل القسمة على 4 إذا كان $4 / \overline{\alpha_0\alpha_1}$

*) $a$ يقبل القسمة على 5 إذا كان $\alpha_0 \in \{0,5\}$

*) $a$ يقبل القسمة على 9 إذا كان $9 / \alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_r$

*) $a$ يقبل القسمة على 3 إذا كان $11 \;/\; (\alpha_0 + \alpha_2 + \alpha_4 + ......) - (\alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + .....)$

*) $a$ يقبل القسمة على 25 إذا كان $\overline{\alpha_1\alpha_0} \in \{\overline{00}, \overline{25}, \overline{50}, \overline{75}\}$

### 4) القاسم المشترك الأكبر لعددين

**تعريف** ليكن $a$ و $b$ عددين طبيعيين غير منعدمين .

القاسم المشترك الأكبر للعددين $a$ و $b$ هو أكبر قاسم غير منعدم مشترك بينهما . ونرمزله ب $PGCD\,(a,b)$ أو $a \wedge b$ .

### 5) خوارزمية أوقليدس .

ليكن $a$ و $b$ من $IN^*$ بحيث $a \geq b$ .

من أجل تحديد $PGCD\,(a,b)$ ننجز قسمات أقليدية متتالية :

نبدأ بقسمة $a$ على $b$ ثم نقسم في كل مرة المقسوم عليه على الباقي وهكذا حتى نحصل على باقي منعدم وسيكون $PGCD\,(a,b)$ هو آخر باقي غير منعدم .

ويمكن تلخيص هذه النتاج في جدول كما يلي :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | $b$ | $r_1$ | $r_2$ | $\cdots$ | $\cdots$ | $\cdots$ |
| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | | | |
| $r_1$ | $r_1$ | $r_2$ | $\cdots$ | $\cdots$ | $r_n$ | 0 |

## V) الأعداد الأولية

**1) تعريف** نسمي عددا أوليا كل عدد $a$ صحيح طبيعي له قاسمان فقط 1 و $a$ .

**2) ملاحظة**

**a)** لكي نتحقق هل العدد $a$ أولي نتبع ما يلي .
نحدد جميع الأعداد الأولية $p$ التي تحقق $p^2 \leq a$
إذا كان أحد هذه الأعداد يقسم $a$ فإن $a$ غير أولي .
إذا كانت جميع هذه الأعداد لا تقسم $a$ فإن $a$ أولي .

**b)** الأعداد الأولية الأصغر من 100 هي
2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19، 23، 29، 31، 37، 41، 43، 47، 53، 59، 61، 67، 71، 73، 79، 83، 89، 97.

**c)** كل عدد أولي $p \neq 2$ هو فردي

**d)** العدد 1 ليس أولي .

**3) تفكيك عدد إلى جداء عوامل أولية**

**خاصية :** كل عدد طبيعي $a \geq 2$ يكتب بطريقة وحيدة على شكل $a = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}......p_r^{\alpha_r}$ حيث
$p_1$ ، $p_2$ ، $p_3$ ، ...... ، $p_r$ أعداد أولية .
$\alpha_1$ ، $\alpha_2$ ، $\alpha_3$ ، ...... ، $\alpha_r$ أعددا طبيعية غير منعدمة .
هذه الكتابة تسمى تفكيك العدد $a$ إلى جداء عوامل أولية .

**مثال**

لنفكك العدد 54: لدينا

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

إذن إذن $54 = 2 \times 3^3$

**4) تطبيق .**

**a)** المضاعف المشترك الأصغر لعددين $a$ و $b$ هو جداء العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة بين تفكيكي $a$ و $b$ مرفوعة إلى أكبر أس .

**b)** القاسم المشترك الأكبر لعددين $a$ و $b$ هو جداء العوامل الأولية المشتركة بين تفكيكي $a$ و $b$ مرفوعة إلى أصغر أس .

**مثال** لنحدد: $76 \wedge 632$ و $76 \vee 632$

لدين

$$\begin{array}{r|l} 632 & 2 \\ 316 & 2 \\ 158 & 2 \\ 79 & 79 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 76 & 2 \\ 38 & 2 \\ 19 & 19 \\ 1 & \end{array}$$

إذن $632 = 2^3.79$ و $76 = 2^2.19$

ومنه $76 \wedge 632 = 2^2 = 4$ و $76 \vee 632 = 2^3.19.79 = 12008$

**c)** ليكن $a \geq 2$
و $a = p_1^{\alpha_1}.p_2^{\alpha_2}.p_3^{\alpha_3}......p_r^{\alpha_r}$ تفكيك العدد $a$ إلى جداء عوامل أولية .
عدد قواسم العدد $a$ هو $(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)\cdots\cdots(1+\alpha_r)$