معهد المنارة للغات و الدعم	ALMENARA Pour Les Langues & Le Soutien	2010/2009
1bacSM		prof : zakaria

درس التطبيقات

تعريف:

لتكن E وF مجموعتين غير فارغتين $f: E \to F$ تطبيق إدا كان :

$$(\forall x, x' \in E); (x = x' \Rightarrow f(x) = f(x')) \text{ أو } (\forall x \in E); (\exists! y \in F) / y = f(x)$$

التساوي:

ليكن $f: E \to F$ و $g: G \to H$ تطبيقين متساويين إدا و فقط إدا كان

$$f = g \Leftrightarrow (E = G; F = H \text{ و } (\forall x \in E): f(x) = g(x))$$

قصور و تمديد تطبيق:

ليكن f تطبيقا من مجموعة E نحو مجموعة F .

- نسمي قصور f على مجموعة جزئية E' من E التطبيق g المعرف من E' نحو F بما يلي : $\forall x \in E' : g(x) = f(x)$.
- نسمي تمديدا ل f إلى مجموعة E'' تتضمن E كل تطبيق h من E'' نحو F قصوره على E يساوي f بمعنى أن : $\forall x \in E : h(x) = f(x)$.

الصورة المباشرة و الصورة العكسية لمجموعة جزئية بتطبيق:

ليكن $f: E \to F$ تطبيقا و A و B جزئين من E و F على التوالي .

المجموعة الجزئية $\{f(x) / x \in A\}$ من F تسمى الصورة المباشرة ل A و يرمز لها بالرمز $f(A)$.

المجموعة الجزئية $\{x \in E / f(x) \in B\}$ من E تسمى الصورة العكسية ل B و يرمز لها بالرمز $f^{-1}(B)$.

لدينا إذن ، $\forall y \in F: \ y \in f(A) \Leftrightarrow \exists x \in A / f(x) = y$ و $\forall x \in E : x \in f^{-1}(B) \Leftrightarrow f(x) \in B$

التطبيق التبايني الشمولي والتقابلي

نقول إن تطبيقا $f: E \to F$ تبايني (أو تباين) إذا كان المجموعة E لا تتضمن عنصرين مختلفين لهما نفس الصورة ب f ، بعبارة أخرى :

$$\forall (x, x') \in E^2 : f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$$

أو $$\forall (x, x') \in E^2 : x \neq x' \Rightarrow f(x) \neq f(x')$$

نقول إن تطبيقا $f: E \to F$ شمولي إذا كان : $f^{-1}(\{y\}) \neq \varnothing$ مهما يكن y من F

بعبارة أخرى : $\forall y \in F, \exists x \in E / y = f(x)$ و هذا يعني أن : $f(E) = F$

نسمي تقابلا كل تطبيق $f: E \to F$ تبايني و شمولي .

و هذا يعني أن لكل y من F سابق وحيد x من E : $\forall y \in F, \exists! x \in E / y = f(x)$

إذا كان $f: E \to F$ تقابلا فإن التطبيق g الذي يربط كل عنصر y من F بسابقه الوحيد x من E تقابل يسمى التقابل العكسي ل f و يرمز له بالرمز f^{-1} .

لدينا إذن : $f^{-1}: \begin{cases} F \to E \\ y \mapsto x / f(x) = y \end{cases}$.