

تمرين 01: أحسب النهايات التالية:

$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x \sin x}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{1+x^2}}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{ x-2 }$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^2 - 2x}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sin x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^3 + x^2 + 1}{x(x-1)} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} - \frac{2+x}{x^3}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} \frac{\sqrt{x^2-1} + \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x}-1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{x-1}$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x^2 - x)}{x-1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x + 2}{x+3}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 27}{x+3}$	$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{1-2x}{(x+3)^2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 2x}$
$\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \pi/6}$	$\lim_{ x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3}}{3x}$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+3}{x^2 - 5x + 6}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1+2x}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x-2} - 1}$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 1}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{4-2x}{x^2 - 4x + 4}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2}$
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\tan(x^2 - 3x)}{x-3}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x + 1} + 3x \right)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 2x^2$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^3 - 4x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 2x - 3}$
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{\sin x}$	$\lim_{ x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + x + 1}{x + 2}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^3 - 2x^2 + 5$	$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} \frac{x^3 + x}{x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3}{x^5 - 5x + 6}$
$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos(x)}{\cos(3x)}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - x - 1}{x + 1}$	$\lim_{ x \rightarrow +\infty} -2x^2 - 2\sqrt{x}$	$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + x }}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 2}{3x^2 - 6x}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x) - 2\sin(x)}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2 + 1} - x$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + x + 1}{x + 2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 3}{x^2 - 4x + 3}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(2x)}$	$\lim_{ x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 16}{(x-4)^2(x+3)}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 8x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^3}{1-x^2}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}-1}$
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\tan x}$	$\lim_{ x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x} - x \right)$	$\lim_{ x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{4x^2 + 5} - 3}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x+1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$	$\lim_{ x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + x - 1}{x^4 + 5x^2 - 1}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 3\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 4} - 4}{x-2}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \left(\frac{1}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{(x+3)^2}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 4} - 4}{x-2}$	$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + x}$
$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \sqrt{x} \cos \left(\frac{1}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + x + 2}}{x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{3x^2 - 8x - 3}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{4x^2 + 5} - 3}$
$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{x - \pi/4}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 + x - 2}$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$
$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin x}{x - \pi/2}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \cos x}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3}{x+1} - x$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x}{1 - x^2}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \cos \left(\pi \frac{\sin x}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 2x} + x - 1$	$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^3 - 6}{x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x-2 - 4}{x-2}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{\sqrt{2-x}}$	$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 6}{x^2 - 2x}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-2}$
$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sin(2x)}{\sqrt{1 - \cos x}}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{x^2 + 1} + 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x+4}{ 2x-1 }$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{(2x - \pi)^2}$	$\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{2} - 2 \cos x}{\sqrt{2} - 2 \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \cos x}{2x}$	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x \sqrt{a} - a \sqrt{x}}{x-a}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^3 - x }{x-1}$

تمرين 08

- لتكن f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - x$
- (1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
 - (2) أحسب النهايات عند محداث D_f .

تمرين 09

- لتكن f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x - 1}$
- (1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
 - (2) أحسب النهايات عند محداث D_f .
 - (3) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

تمرين 09

- لتكن f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$
- (1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f .
 - (2) حدد نهاية f بجوار $-\infty$.
 - (3) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+): f(x) > 0$
 - (4) تحقق أن: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$
 - (5) استنتج أن: $(\forall x > 0): 0 < f(x) < \frac{1}{2x}$
 - (6) حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

تمرين 09

- لتكن f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - (x + 1)$
- (1) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
 - (2) لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي: $g(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - (x + 1)}{x}$
 - (أ) بين أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + 1} - 1$
 - ثم تحقق من أن: $\sqrt{x^2 + 1} + 1 \geq 2$
 - (ب) استنتج أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $|g(x) + 1| \leq \frac{1}{2}|x|$
 - (ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$

تمرين 02

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$ بما يلي:
- $$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - \sqrt{x}}$$
- أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ؛ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ؛ $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

تمرين 03

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:
- $$f(x) = \frac{x(3 + \sin x)}{x - \sqrt{x^2 + 1}}$$
- (1) (أ) بين أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $\frac{1}{x - \sqrt{x^2 + 1}} \leq -2x$
 - (ب) استنتج أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $f(x) \leq -4x^2$
 - (2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

تمرين 04

- نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي:
- $$f(x) = \begin{cases} \left| \frac{x^2 + x}{x} \right| & ; x < 0 \\ \frac{\cos x - 1}{\sqrt{x}} & ; x > 0 \end{cases}$$
- (1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .
 - (2) أحسب النهايات عند محداث مجموعة تعريف الدالة f .

تمرين 05

- لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$
- (1) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+): \left| f(x) - \frac{1}{2} \right| \leq \frac{1}{x^2}$
 - (2) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

تمرين 06

- (1) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}): 2x - 4 \leq 2x - 1 + 3 \cos x$
ثم استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 1 + 3 \cos x)$
- (2) لتكن f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = 4x^2 - 4x \sin x + 1$
- (أ) بين أن f دالة زوجية.
- (ب) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+): f(x) \geq (2x - 1)^2$
- (ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

تمرين 07

- لتكن f دالة معرفة بما يلي: $f(x) = \frac{2x + \cos x}{x + 1}$
- (1) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}^+): |f(x) - 2| \leq \frac{3}{x}$
 - (2) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$