OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2010 1 / 1	التدريب الأول (29 يناير-2 فبراير 2010) الفرض الأول 8h30 – 12h30	أولمبياد الرياضيات 2010

Exercice 1

Soient a_1 et a_2 deux réels strictement positifs tels que : $a_1+a_2\le 1$

Déterminer la valeur minimale de l'expression $S=a_1a_2+\dfrac{1}{a_1a_2}$

التمرين 1

ليكن a_1 و a_2 عددين حقيقيين موجبين قطعا بحيث : $a_1+a_2\le 1$

حدد القيمة الدنوية للتعبير $S=a_1a_2+\dfrac{1}{a_1a_2}$

Exercice 2 (Australien MO)

Soient a et b deux réels non nuls tels que $a^2+b^2=1$

Montrer que $\left|a+\dfrac{a}{b}+b+\dfrac{b}{a}\right|\ge 2-\sqrt{2}$

التمرين 2

ليكن a و b عددين حقيقيين غير منعدمين بحيث $a^2+b^2=1$

بين أن $\left|a+\dfrac{a}{b}+b+\dfrac{b}{a}\right|\ge 2-\sqrt{2}$.

Exercice 3 (Slovénie SIMO)

Trouver toutes les fonctions f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telles que :

$$f\left(x^2(z^2+1)+f(y)(z+1)\right)=1-f(z)\left(x^2+f(y)\right)-z\left((1+z)x^2+2f(y)\right)$$

Pour tout x,y,z de $\mathbb{R}$.

التمرين 3

حدد جميع الدوال f من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بحيث :

$$f\left(x^2(z^2+1)+f(y)(z+1)\right)=1-f(z)\left(x^2+f(y)\right)-z\left((1+z)x^2+2f(y)\right)$$

لكل x و y و z من $\mathbb{R}$.

Exercice 4 (Mediterranean Mathematical C)

$ABCD$ est un quadrilatère inscriptible et convexe. Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en E .

On donne $AB=39$, $AE=45$, $AD=60$ et $BC=56$.

Déterminer la mesure de CD .

التمرين 4

$ABCD$ رباعي دائري و محدب. القطران $[AC]$ و $[BD]$ يتقطعان في نقطة E.

نعطي $AD=60$ ، $AE=45$ ، $AB=39$ و $BC=56$

حدد قياس CD.