OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2008 — 1 / 1	التدريب الأول (25–29 يناير 2008) الفرض الأول 9h – 13h	أولمبياد الرياضيات 2008

Exercice 1

Montrer l'équivalence suivante:
un triangle ABC est rectangle si et seulement si
$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C=2$

Exercice 2

Soient x, y et z des réels positifs tels que $x+y+z\le 1$.
Trouver la valeur maximale de l'expression $T=xy+yz+zx-2xyz$.

Exercice 3

Soient a,b,c et d des réels appartenant à l'intervalle $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$
tels que : $abcd>a^2+b^2+c^2+d^2$
Monter que $abcd>a+b+c+d+8$.

Exercice 4

(C) et (C') sont deux cercles tangents intérieurement en A .leurs rayons respectifs R et R' sont tels que $R'=\frac{3}{4}R$. M étant un point de (C') distinct de A ,la tangente en M à (C') coupe (C) en P et Q . Démontrer que $[AM)$ est la bissectrice de $[P\hat{A}Q]$ et que $PQ=\frac{1}{2}(AP+AQ)$.

التمرين 1

بين التكافؤ التالي :
يكون مثلث ABC قائما إذا وفقط إذا
$\sin^2 A+\sin^2 B+\sin^2 C=2$

التمرين 2

x و y و z أعداد حقيقية موجبة بحيث $x+y+z\le 1$.
أوجد القيمة القصوى للتعبير $T=xy+yz+zx-2xyz$

التمرين 3

لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية تنتمي للمجال $\left]\frac{1}{2},+\infty\right[$ بحيث: $abcd>a^2+b^2+c^2+d^2$.
بين أن $abcd>a+b+c+d+8$.

التمرين 4

(C) و (C') دائرتان مماستان داخليا في نقطة A و شعاعاهما على التوالي R و R' يحققان $R'=\frac{3}{4}R$. M نقطة من (C') مخالفة للنقطة A . المماس في M للدائرة (C') يقطع الدائرة (C) في P و Q. بين أن $[AM)$ هو منصف الزاوية $[P\hat{A}Q]$ و أن $PQ=\frac{1}{2}(AP+AQ)$.